

## Trabajo Fin de Grado

El contraste Reset en el ámbito de los modelos  
probit y logit. Un estudio de Monte Carlo.

The Reset test in probit and logit models. A  
Monte Carlo Study.

Autor:

José Antonio Pérez Mínguez

Directora:

Inmaculada Villanúa

FACULTAD DE ECONOMÍA Y EMPRESA

2020/2021

**Autor del trabajo:** José Antonio Pérez Mínguez

**Dirección del trabajo:** Inmaculada Villanúa

**Título del trabajo:** El contraste Reset en el ámbito de los modelos probit y logit. Un estudio de Monte Carlo.

**Titulación a la que está vinculado:** Grado en economía

**Paper's author:** José Antonio Pérez Mínguez

**Director:** Inmaculada Villanúa

**Title:** The Reset test in probit and logit models. A Monte Carlo Study.

**Degree:** Degree in Economics

**Resumen:** Este trabajo trata de estudiar un contraste general sobre errores de especificación en el marco de los modelos binarios logit y probit: el contraste Reset. Este es un contraste muy utilizado en el marco de los modelos lineales clásicos, y tratamos ahora de ver la forma de implementarlo, y sus propiedades, en los modelos binarios. Estos modelos econométricos, tratan de explicar la decisión del agente económico entre dos alternativas posibles, que son cuantificadas con valores 1 y 0, en función de un conjunto de variables explicativas. A su vez, estos modelos parten de un modelo latente subyacente; desconocido para nosotros, cuya variable endógena latente podría interpretarse como un nivel de satisfacción o de utilidad. A priori no sabemos si los supuestos considerados para el modelo latente, y por tanto para el binario, son o no correctos. En este trabajo estudiamos si el contraste Reset permite identificar errores de especificación como la omisión de variable relevante, la presencia de heterocedasticidad en el modelo latente o distribución incorrecta de la perturbación del modelo latente. Para ello realizamos un estudio de Monte Carlo, que nos permita estudiar el comportamiento del contraste en muestras pequeñas, así como las diferentes versiones del contraste que existen, con el objetivo de intentar decidir cuál de ellas es la que permite captar mejor los errores de especificación, y qué errores son captados o no por este contraste.

**Palabras clave:** probit, logit, errores de especificación, experimento de Monte Carlo, potencia, variables omitidas, heterocedasticidad, Función de distribución.

**Abstract:** This work focuses on studying a general test of misspecification within binary response models logit and probit: Reset test. This is a very widely used test within linear classical models, and we intend now to see how to implement it in binary response models as well as its properties. Binary models try to explain the decision of economic agents between two possible alternatives -quantified as 1 or 0- depending on the set of explanatory variables. At the same time, these models start out from an underlying latent model; unknown to us, which latent endogenous variable could be understood as utility level. We do not know a priori whether the assumptions considered for both latent and binary response models are right. In this research we analyze if Reset test allows us to identify misspecifications such as omitted relevant variables, heteroskedasticity or wrong distribution of the error term in the latent model. In order to know that, we carry out a Monte Carlo simulation, that will allow us to analyze the behavior of the test in small samples, as well as the different versions of the Reset test that could be used, with the final aim of selecting the best option to identify the misspecification.

**Keywords:** probit, logit, specification error, Monte Carlo simulation, power, omitted variables, heteroskedasticity, distribution function.

## ÍNDICE

<b>1.- Introducción y objetivos .....</b>	<b>5</b>
<b>2.- La econometría: concepto e ideas básicas .....</b>	<b>5</b>
<b>3.- El marco de trabajo. Los modelos de respuesta binaria.....</b>	<b>8</b>
<b>3.1. Especificación y estimación de los modelos logit y probit .....</b>	<b>10</b>
<b>3.2 Interpretación de los coeficientes en modelos binarios .....</b>	<b>13</b>
<b>4.- El contraste Reset en modelos binarios .....</b>	<b>18</b>
<b>5.- Estudio de Montecarlo para el contraste Reset .....</b>	<b>20</b>
<b>6.- Resultados del experimento.....</b>	<b>24</b>
<b>6.1.- El modelo estimado está correctamente especificado.....</b>	<b>24</b>
<b>6.2.- El modelo estimado no está correctamente especificado .....</b>	<b>25</b>
<b>6.2.1.-Variable relevante omitida.....</b>	<b>25</b>
<b>6.2.2.-Heterocedasticidad en el modelo latente: .....</b>	<b>27</b>
<b>6.2.3.- Distribución incorrecta de la perturbación del modelo latente:.....</b>	<b>30</b>
<b>6.3.-Resultados del experimento para el caso logit .....</b>	<b>39</b>
<b>7.-Conclusiones Generales .....</b>	<b>40</b>
<b>8.-Bibliografía .....</b>	<b>43</b>
<b>Anexo I: Tablas de estimación de un modelo logit .....</b>	<b>45</b>
<b>Anexo II: Tablas de estimación de un modelo logit.....</b>	<b>46</b>
<b>Anexo III: Tablas resumen .....</b>	<b>53</b>

## **1.- Introducción y objetivos**

El trabajo que presento está enmarcado dentro de la línea de modelos con datos de corte transversal y tiene como objetivo comenzar en el estudio de un tipo de modelos econométricos que no han sido tratados a lo largo del grado de Economía en el campo de la econometría. Estos son los modelos de respuesta binaria.

En especial, este trabajo analiza los rasgos básicos que componen los modelos binarios para datos de corte transversal poniendo el foco de atención en la etapa de validación, y más concretamente en un contraste general: el contraste Reset. Se llevan a cabo experimentos de Monte Carlo con el objetivo de ver si el contraste Reset permite identificar una serie de errores de especificación en el ámbito de modelos probit y logit y, en el caso de ser capaz de hacerlo, bajo qué condiciones concretas. Para realizar esta fase de simulación hemos utilizado el programa informático Gretl.

La base sobre la que desarrollamos el contraste Reset es un artículo de Ramalho y Ramalho (2012). En dicho trabajo los autores plantean la forma del contraste Reset en el ámbito de modelos probit y logit, y analizan una gran cantidad de supuestos sobre posibles errores de especificación. En este trabajo consideramos tres tipos errores de especificación, e intentamos profundizar en su análisis. Tratamos de responder a algunas preguntas sobre el comportamiento del contraste en muestras pequeñas, los supuestos para los que dicho contraste es más potente, esto es, aquellos casos en los que capta mejor el problema, así como si podemos o no seleccionar una versión concreta del contraste, entre las distintas opciones que podemos plantear para este estadístico. La respuesta a estas preguntas no siempre es rotunda.

## **2.- La econometría: concepto e ideas básicas**

La econometría es una rama de la economía que tiene un papel muy destacado dentro de la literatura. Para comprender qué es la econometría recurrimos a la definición que realizaron Judge et al. (1982): “La Econometría, usando la Teoría Económica, las Matemáticas y la Inferencia Estadística como fundamentos analíticos, y los datos económicos como la base informativa proporciona una base para: 1) modificar, refinar o posiblemente refutar las conclusiones contenidas en el cuerpo de conocimientos conocido como Teoría Económica, y 2) conseguir signos, magnitudes y afirmaciones de calidad para los coeficientes de las variables en las relaciones económicas, de modo que esta información puede usarse como base para la elección y toma de decisiones”.

Si un modelo económico es una representación simplificada y en términos matemáticos de cierto conjunto de relaciones económicas, un modelo econométrico será un modelo económico con las especificaciones necesarias para poder medir esas relaciones, y validarlas o rechazarlas.

En definitiva, la econometría es una rama de la economía que tiene como objetivo proporcionar las herramientas necesarias para poder confrontar los modelos teóricos con la realidad, tanto para confirmar o refutar dichas teorías (aproximación confirmativista) como para analizar cuál de las teorías es más adecuada (aproximación preferencialista).

Un factor clave a tener en cuenta es el tipo de datos disponibles a la hora de hacer uso de la econometría. Si se trata de datos correspondientes a periodos de tiempo diferentes, hablaremos de datos de series temporales. Si, por el contrario, las observaciones corresponden a diferentes agentes económicos (individuos, familias, empresas, ciudades, países etc..) en un momento concreto del tiempo, se trataría de datos de corte transversal. En el caso de que se combinen ambas dimensiones, es decir, diferentes agentes a lo largo de varios periodos de tiempo, se trataría de datos de panel.

El planteamiento básico de partida sería un modelo lineal general donde  $Y_i$  es la variable dependiente objeto de estudio:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki} + u_i \quad i=1, \dots, T \quad (1)$$

Las variables X son las variables explicativas, o factores que explican el comportamiento de la variable dependiente Y. La variable u es la perturbación aleatoria, esto es, una variable aleatoria que recoge tanto los errores de medida en las otras variables como aquellas variables no incluidas entre las X, que afectan a Y, pero que son individualmente irrelevantes. El subíndice i indica cada observación, y disponemos de T observaciones (tamaño muestral T).

El modelo (1) puede escribirse también como  $Y_i = \mathbf{x}'_i \boldsymbol{\beta} + u_i$ , siendo  $\mathbf{x}'_i = (1 \ X_{2i} \ \dots \ X_{ki})$ ,

$$\text{y } \boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_k \end{pmatrix}$$

No obstante, la forma más habitual de trabajar con este modelo es su expresión matricial, que viene dada por:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \mathbf{u}$$

$$\text{siendo } \mathbf{y} = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_T \end{pmatrix} \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & X_{21} & \cdots & X_{k1} \\ 1 & X_{22} & \cdots & X_{k2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{2T} & \cdots & X_{kT} \end{pmatrix} \text{ y } \mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_T \end{pmatrix}$$

Para poder cuantificar y obtener resultados con el modelo (1), partimos de una serie de supuestos, que denominamos hipótesis clásicas. En concreto, el modelo (1) relaciona de forma lineal las variables  $X$  y la  $Y$ , y las variables explicativas ( $X$ ) son exógenas, no existiendo una relación exacta entre ellas, lo que significa ausencia de multicolinealidad exacta. En lo que se refiere a la parte aleatoria del modelo, las hipótesis pueden agruparse como  $u_i \sim iidN(0, \sigma^2)$ . Esta expresión implica que las perturbaciones tienen esperanza nula, varianza constante igual a  $\sigma^2$  (homocedasticidad), la covarianza entre pares es cero (no autocorrelación), y sigue una distribución normal.

La metodología que sigue la Econometría se estructura en cuatro etapas fundamentales:

1. Especificación: consistente en la formulación del modelo en términos probabilísticos, buscando adaptarse de la mejor forma posible a los datos que se disponen y al fenómeno económico en cuestión.
2. Estimación: permite cuantificar el valor de los parámetros del modelo. Los métodos de Máxima Verosimilitud (MV) o Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) son los más usados en el marco del Modelo Lineal General. En modelos no lineales, o bajo supuestos más específicos, la estimación MV garantiza el cumplimiento de las propiedades mínimas exigidas.
3. Validación: etapa en la que se confirma si el modelo especificado cumple los requisitos para ser fiable y poder ser utilizado. Medidas escalares y contrastes de hipótesis permiten saber si se rechaza o no el modelo planteado en las etapas anteriores.

En primer lugar, se suele abordar el análisis de la parte aleatoria, que se centra en el conjunto de hipótesis de partida que se realizan sobre la perturbación del modelo. Principalmente se contrasta si se cumplen los supuestos de homocedasticidad, no autocorrelación y normalidad dentro de la distribución de la perturbación.

Posteriormente, se lleva a cabo el estudio de la parte sistemática: la verificación de la existencia de errores de especificación dentro modelo por la omisión de

variable relevante, la presencia de multicolinealidad entre las variables del modelo, o la presencia de ruptura estructural en algún momento del tiempo son algunos de los aspectos estudiados

4. Explotación: dentro de esta etapa se puede llevar a cabo un análisis estructural (signos y magnitud de los coeficientes) y también realizar predicción para observaciones extramuestrales.

En el desarrollo de este trabajo nos centramos en modelos binarios, los cuales poseen ciertas particularidades. Y concretamente consideraremos datos de corte transversal, que es el contexto habitual de aplicación de estos modelos. En el siguiente apartado explicamos la forma de trabajar con los modelos que nos ocupan.

### 3.- El marco de trabajo. Los modelos de respuesta binaria

El objeto de estudio de este trabajo consiste en construir un modelo econométrico para explicar una variable  $Y_i$  que es cualitativa, y representa la elección del agente entre varias alternativas: si son dos alternativas, la variable dependiente es binaria, y si son más de dos alternativas es multinomial.

Como ejemplos de variable binaria podríamos pensar en comprar o alquilar una vivienda, reciclar o no reciclar determinados materiales, defraudar impuestos o no hacerlo, contratar a un trabajador o no ... De carácter multinomial podemos encontrar ejemplos como elegir un barrio u otro dentro de una ciudad o elegir un medio de transporte entre un abanico de posibilidades (coche, bicicleta, tranvía, metro, ...).

En este trabajo nos centramos en los modelos binarios, que permiten identificar qué variables determinan la toma de decisiones por parte de los agentes.

Antes de plantear la especificación del modelo adecuado para explicar variables binarias, definimos los momentos de primer y segundo orden (esperanza y varianza) en una variable binaria  $Y_i$  definida como:

$$Y_i = \begin{cases} 1 & \text{con probabilidad } p_i \\ 0 & \text{con probabilidad } 1 - p_i \end{cases} \quad (2)$$

Dado que es una variable discreta, la esperanza será:

$$E(Y_i) = 1 * p_i + 0 * (1 - p_i) = p_i \quad (3)$$

y la varianza:



$$\text{Var}(Y_i) = (1 - p_i)^2 * p_i + (0 - p_i)^2 * (1 - p_i) = p_i * (1 - p_i) \quad (4)$$

Resumiendo, cualquier variable binaria 1/0 tiene esperanza  $p_i$  y varianza  $p_i(1 - p_i)$ , siendo  $p_i$  la probabilidad del suceso al que hemos dado valor 1.

La siguiente cuestión que debemos plantearnos es cómo especificar adecuadamente un modelo para explicar la variable dependiente binaria.

Supongamos que consideramos un modelo lineal clásico, esto es:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki} + u_i$$

que escribiremos también

$$Y_i = \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta} + u_i \quad (5)$$

Deducimos fácilmente que  $E(Y_i) = \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}$ , y por tanto teniendo en cuenta la expresión (3), resulta que  $p_i = \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}$

La principal ventaja de esta especificación la encontramos en la simpleza de interpretación de los parámetros, ya que, al tratarse de un modelo lineal general,  $\beta_j$  representa el incremento de probabilidad ante un incremento de una unidad de la variable  $x_j$ . Además, se puede estimar fácilmente a través del método de MCO.

Sin embargo, en este tipo de modelos la perturbación aleatoria en (5) podrá adoptar, en cada observación, sólo dos valores:

$$u_i = \begin{cases} 1 - \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta} & \text{con probabilidad } p_i \\ 0 - \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta} & \text{con probabilidad } 1 - p_i \end{cases} \quad (6)$$

de donde obtenemos la esperanza  $p_i - \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}$  y la varianza  $p_i(1 - p_i)$ .

Como consecuencia de la expresión (6) se plantean algunos problemas:

- No se puede afirmar que  $u_i$  se distribuya de forma normal, sino que seguirá una distribución de tipo Bernoulli.
- La varianza de  $u_i$  depende de los valores de  $x_i$ , es decir, es diferente en cada observación, lo que implica que el modelo presenta heteroscedasticidad.
- Lo que obtenemos como  $\hat{Y}_i$  será la estimación de la probabilidad, pero no tiene por qué dar valores acotados entre 0 y 1, pudiendo dar valores negativos o mayores que 1.

Sin embargo, como afirma Gujarati (2004), estos problemas no son insuperables y se pueden aplicar soluciones como:

1. Ampliar la muestra, ya que para muestras grandes los estimadores MCO tienden a distribuirse como una normal (Rand McNally, 1966. Citado en Gujarati (2004)).
2. Si  $n$  es lo suficientemente grande se puede recurrir a los errores corregidos por heterocedasticidad de White y así esquivar el problema de heterocedasticidad.
3. En caso de obtener valores estimados por MCO mayores que 1 o menores que 0, se pueden considerar 1 o 0 respectivamente.

No obstante, como Gujarati (2004) explica, ninguna de estas soluciones permite superar el problema de tratarse de modelos lineales que asumen que  $p_i = E(Y_i|x_1, x_2, \dots, x_k)$  aumenta o disminuye linealmente con respecto a las variables  $x_1, x_2, \dots, x_k$ . Es decir, supone que una variación de  $x_j$  en una unidad genera una variación de probabilidad  $\hat{Y}_i$  de  $\hat{\beta}_j$  por ciento, independientemente del valor inicial de  $x_j$ .

Esto no se asemeja a la realidad, ya que un modelo probabilístico se debe caracterizar porque la  $p_i$  se acerque a cero con tasas cada vez más lentas cuando las variables  $x_m > 0 \forall m$  se reduzcan y se acerquen a uno con tasas cada vez más lentas a medida que esas mismas variables aumentan. Actuando de forma inversa en los casos en que las variables son negativas.

Es por eso por lo que este tipo de modelos no suelen ser muy utilizados, siendo necesario recurrir a modelos no lineales como los logit y probit.

### 3.1. Especificación y estimación de los modelos logit y probit

El punto de partida es un **modelo latente subyacente**, que viene dado por:

$$Y_i^* = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki} + u_i$$

o equivalentemente

$$Y_i^* = \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta} + u_i \quad (7)$$

donde  $Y_i^*$  es una variable no observable (latente), que daría lugar a la variable binaria observable 1 o 0. El procedimiento de transformación se basaría en la idea de que  $Y_i^*$  puede representar la utilidad que le reporta al agente elegir una opción, de tal forma que elige dicha opción cuando su utilidad es superior a un umbral hipotético  $C$ , que habitualmente suele considerarse 0. Es decir:

$$Y_i = \begin{cases} 1 & \text{si } Y_i^* > 0 \\ 0 & \text{si } Y_i^* \leq 0 \end{cases} \quad (8)$$

Sabiendo que, a partir de (3), la esperanza de la variable binaria es  $E(Y_i) = p_i$ , y utilizando la expresión (8), obtenemos:

$$P_i = \Pr(Y_i = 1) = \Pr(Y_i^* > 0) = \Pr(\mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}_1 + u_i > 0) = \Pr(u_i > 0 - (\beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki})) = \Pr(u_i \leq \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta})$$

La expresión  $\Pr(u_i \leq \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta})$  representa la probabilidad de la variable  $u_i$  acumulada hasta el punto  $\mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}$ , es decir, es la función de distribución acumulada de  $u_i$ , que con carácter general denotamos  $F(\mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta})$ , por lo que solemos expresar un modelo binario de la forma:

$$p_i = F(\mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}). \quad (9)$$

En los modelos probit la perturbación sigue una función de distribución de probabilidad normal estándar, mientras que en los modelos logit, la distribución es una logística estándar. De este modo, la forma general dada en (9) se concretaría, para los modelos logit y probit en:

$$\text{Modelo probit: } p_i = \Phi(\mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}) \quad (10)$$

$$\text{Modelo logit: } p_i = \Lambda(\mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}) = \frac{e^{\mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}}}{1 + e^{\mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}}} \quad (11)$$

donde  $\Phi(\mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta})$  sabemos que expresa la función de distribución de una normal estandarizada y  $\Lambda(\mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta})$  una logística estandarizada.

Dado que el modelo que queremos estimar es un modelo no lineal, el procedimiento de estimación será Máxima Verosimilitud (MV). Este procedimiento garantiza, bajo condiciones muy generales, el cumplimiento de las propiedades deseables de consistencia y normalidad asintótica (Stock y Watson (2012)). Por tanto, la consistencia, que es el requisito mínimo exigido a un estimador para considerarlo adecuado, estaría garantizada.

El procedimiento de estimación consiste en maximizar la función de verosimilitud, que es la función de densidad conjunta de la variable dependiente y, dada la independencia entre variables, puede expresarse como el producto de las individuales. Denotando  $L$  a la verosimilitud, escribimos:

$$L(Y_1, Y_2, \dots, Y_T) = \prod_{i=1}^N p_i^{Y_i} * (1 - p_i)^{1-Y_i}$$

Por simplicidad, se maximiza el logaritmo neperiano de la función de verosimilitud, esto es:

$$l = \sum_{i=1}^N [Y_i \ln F_i + (1 - Y_i) \ln(1 - F_i)] \quad (12)$$

siendo  $F_i = p_i = F(x_i' \beta)$ .

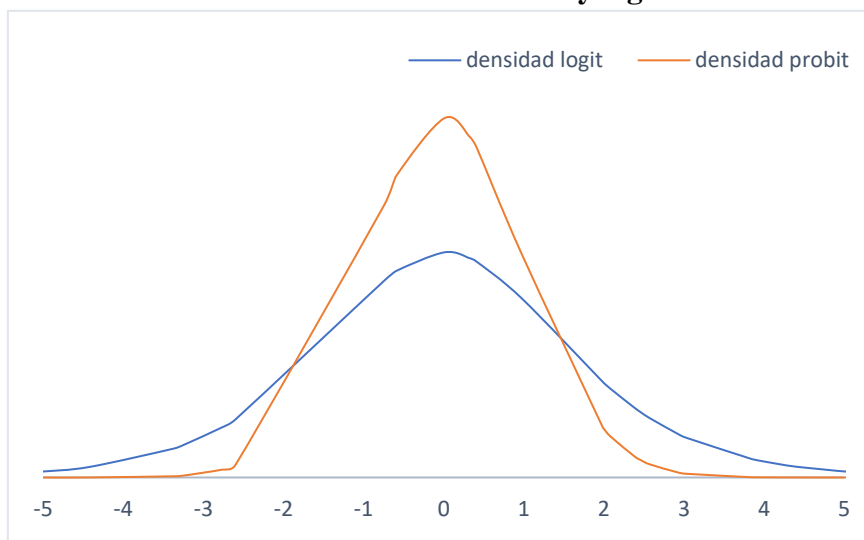
La condición de máximo implica resolver el sistema de ecuaciones no lineales que viene dado por:

$$\frac{\partial l}{\partial \beta} = \sum \left[ \frac{Y_i}{F(x_i' \beta)} + \frac{1 - Y_i}{1 - F(x_i' \beta)} \right] f(x_i' \beta) x_i = 0$$

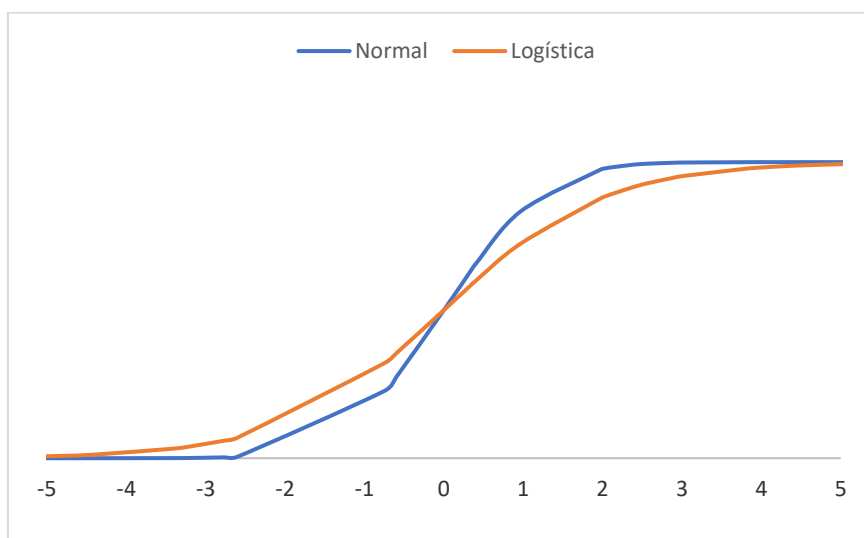
donde  $f(x_i' \beta)$  representa una función de densidad, que puede ser normal o logística según si se trata de un modelo probit o logit. Además, si se cumple que la perturbación es normal, entonces la varianza de los estimadores probit será 1. Mientras que la logit tendrá una varianza de  $\frac{\pi^2}{3}$ .

Los gráficos 1 y 2 representan las funciones de densidad y distribución respectivamente, tanto para una distribución normal como para la logística.

**Gráfico 1. Funciones de densidad normal y logística**



**Gráfico 2. Funciones de distribución acumulada normal y logística**



Como podemos observar en el Gráfico 1, la función de densidad de los modelos logit tiene las colas más anchas que en los modelos probit. En cambio, la probabilidad asignada en el probit a valores menos extremos es mayor, debido al mayor apuntamiento. El Gráfico 2 muestra las diferencias entre ambas distribuciones en las probabilidades acumuladas.

### 3.2 Interpretación de los coeficientes en modelos binarios

Uno de los temas más interesantes en este tipo de modelos es la interpretación que reciban los parámetros, ya que, a diferencia de los modelos lineales, la derivada de  $Y_i$  respecto de  $X_i$  ya no coincide con el valor del parámetro  $\beta_i$ . El efecto marginal es el cambio en la probabilidad  $p_i$  ante un cambio en  $X_j$ , y dado que la función no es lineal, el parámetro no muestra por sí solo este cambio. Además, la obtención del efecto parcial dependerá del tipo de regresor:

- a) Si la variable  $X_j$  es **continua**, su efecto parcial (o marginal) se obtendrá a través de su correspondiente derivada parcial

$$\frac{\partial p_i}{\partial X_{ji}} = f(x_i' \beta) \beta_j \quad (13)$$

por lo que el signo del efecto marginal dependerá del signo del parámetro  $\beta_j$ .

De la expresión (13) se deduce que el cambio en la probabilidad  $p_i$  ante un cambio en  $X$  no es fijo, como ocurre en los modelos lineales, sino que varía de observación en observación, y, además, en cada observación, depende del valor de todas las

variables explicativas (todas las X), y no sólo de aquello cuyo efecto marginal estamos calculando.

En cambio, la ratio entre cambios marginales de dos variables explicativas será el cociente entre parámetros, y por tanto la misma para todas las observaciones, proporcionando el peso relativo entre las variables.

$$\frac{\frac{\partial P_i}{\partial X_h}}{\frac{\partial P_i}{\partial X_j}} = \frac{f(\beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki}) * \beta_h}{f(\beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki}) * \beta_j} = \frac{\beta_h}{\beta_j} \quad (14)$$

- b) En el caso de que  $X_j$  sea una variable ficticia, el parámetro  $\beta_j$  igual que en el caso de variable continua, permite identificar el sentido del cambio en  $Y_i$  por el hecho de que  $X_i$  sea 1 y no 0. No obstante, si lo que se quiere saber es la magnitud de dicho cambio, no puedo usar derivadas, sino que se debe calcular la diferencia entre las probabilidades para valor 1 y 0 de la X, de la forma siguiente:

$$\Delta p_i = Pr(Y_i = 1 | X_j = 1) - Pr(Y_i = 1 | X_j = 0) \quad (15)$$

- c) Si  $X_j$  es una variable **policotómica categórica** de n categorías, se introducen  $n - 1$  variables ficticias binarias en el modelo tal que la primera variable tenga en cuenta dos de las opciones y el resto den como valor 1 una de las opciones y 0 para el resto. Si suponemos tres categorías el procedimiento sería:

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{para la alternativa 1} \\ 2 & \text{para la alternativa 2} \\ 3 & \text{para la alternativa 3} \end{cases}$$

Se crean dos variables ficticias  $D_1$  y  $D_2$  que reflejen las alternativas número 1 y 2 y la alternativa número 3 actuará como grupo de control sobre el que poder realizar las comparaciones:

$$D_1 = \begin{cases} 1 & \text{si } x_j = 1 \\ 0 & \text{si } x_j \neq 1 \end{cases}$$

$$D_2 = \begin{cases} 1 & \text{si } x_j = 2 \\ 0 & \text{si } x_j \neq 2 \end{cases}$$

De manera que  $\Delta p_i$  dependerá del tipo de alternativa elegida por el individuo de la muestra. Primero vemos que variación de probabilidad se producirá si

comparamos la 1 frente a la 3, luego la 2 frente a la 3 y, por último, el cambio de probabilidad si el cambio se produce de la 2 a la 1:

$$\begin{cases} \Delta p_i = Pr(Y_i = 1|D_1 = 1, D_2 = 0) - Pr(Y_i = 1|D_1 = 0, D_2 = 0) \\ \Delta p_i = Pr(Y_i = 1|D_1 = 0, D_2 = 1) - Pr(Y_i = 1|D_1 = 0, D_2 = 0) \\ \Delta p_i = Pr(Y_i = 1|D_1 = 1, D_2 = 0) - Pr(Y_i = 1|D_1 = 0, D_2 = 1) \end{cases} \quad (16)$$

Como vemos, independientemente del cambio que se produzca, el efecto sobre la probabilidad sigue dependiendo del valor que tomen el resto de las variables explicativas del modelo.

Sin embargo, el interés no está en el efecto marginal en cada uno de los individuos, sino que lo que se busca es obtener un único valor que proporcione información sobre el efecto esperado del cambio en una variable para el conjunto de la muestra.

Para ello, se recurre al **Efecto Parcial Medio (EPM)** que nos proporciona la media de los efectos marginales individuales. Su fórmula general, independientemente del tipo de variable explicativa es:

$$EPM = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta p_i \quad (17)$$

Si en cambio el objetivo es estudiar un agente representativo de la muestra, se recurre al **Efecto Marginal Evaluado en la Media o Mediana**, calculando los efectos marginales de igual manera que en las ecuaciones (10) a (16). Sin embargo, esta opción es menos usada dada la dificultad a la hora de interpretar el “individuo promedio” o representativo, dentro del ámbito de variable ficticias.

#### a) Medidas escalares de bondad del ajuste: los Pseudo- $R^2$

El primer paso dentro de la validación sería hallar una medida escalar de bondad del ajuste que trate de medir la capacidad de las variables explicativas para explicar la variable dependiente. En los modelos lineales generales esta medida es el coeficiente de determinación  $R^2$ , que se interpreta como la proporción de la variación de la variable endógena que viene recogida por el modelo. La expresión analítica sería:

$$R^2 = \frac{SE}{ST} = 1 - \frac{SR}{ST} = 1 - \frac{\sum [(Y_i - \hat{Y}_i)^2]}{\sum [(Y_i - \bar{Y}_i)^2]} \quad (18)$$

Sin embargo, el  $R^2$  no sería válido dentro del marco de los modelos logit y probit, ya que en este tipo de modelos en lugar de estimar  $Y_i$ , se estiman la probabilidad asociada a un determinado suceso, desconociendo la verdadera probabilidad. Por tanto, no se puede comparar la estimación y el verdadero valor, ni se puede obtenerse la suma explicada, total y residual, cuyos valores son la base de la obtención del coeficiente de determinación en los modelos lineales.

Pese a esto, en la literatura podemos encontrar una serie de medidas escalares de bondad del ajuste en modelos dicotómicos con datos individuales inspiradas en el  $R^2$  tradicional. A este conjunto de medidas Windmeijer (1995) las define de forma general como **pseudo** –  $R^2$  y, de igual manera que el  $R^2$ , se encuentran acotadas entre 0 y 1. La clasificación de estas medidas de bondad depende del concepto teórico del que parten a la hora de desarrollar el indicador.

Algunas medidas parten de la idea de suma residual y suma total, adaptada al tipo de modelos no lineales con el que estamos tratando. Otras utilizan como referencia el logaritmo de la función de verosimilitud del modelo estimado ( $\ln L(H_A)$ ), comparado con dicha función para un modelo que sólo incluyera constante, es decir, sin regresores ( $\ln L(H_0)$ ). Estas dos funciones de verosimilitud se pueden escribir como:

$$\begin{aligned}\ln L(H_0) &= N_1 \ln \left[ \frac{N_1}{N} \right] + (N - N_1) \ln \left[ \frac{N - N_1}{N} \right] \\ \ln L(H_A) &= \sum [Y_i \ln p_i + (1 - Y_i) \ln(1 - p_i)]\end{aligned}$$

siendo  $N_1$  el número de unos de la muestra de la variable dependiente y  $N$  es el tamaño muestral (que en nosotros hemos llamado  $T$ ), y teniendo en cuenta que  $H_0$  y  $H_A$  hacen referencia al contraste de hipótesis siguiente:

$$\begin{aligned}H_0: \beta_2 = \beta_3 = \dots = \beta_k &= 0 \\ H_A: \text{alguno distinto de cero}\end{aligned}$$

Algunas medidas utilizan directamente el estadístico LR para contrastar esta hipótesis, cuya expresión es:

$$LR = 2(\ln L(H_A) - \ln L(H_0)) = 2 \ln \frac{L(H_A)}{L(H_0)}$$

Finalmente, también existen otras medidas basadas en el  $R^2$  tradicional, pero aplicado sobre el modelo latente subyacente. Lógicamente, el hecho de no conocer la variable



dependiente latente  $Y_i^*$  impide utilizar la suma del cuadrado de los residuos, que es sustituida por  $T\sigma^2$ , siendo  $\sigma^2$  igual a 1, o a  $\frac{\pi^2}{2}$ , en la estimación probit o logit, respectivamente.

Las diferentes medidas que se han propuesto en la literatura aparecen resumidas en la Tabla 1.

**Tabla 1. Principales Pseudo- $R^2$  en modelos binarios**

Efron (1978): $R_{EF}^2 = 1 - \frac{\sum (Y_i - \hat{p}_i)^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}$	McFadden (1974): $R_{MF}^2 = 1 - \frac{\ln L(H_A)}{\ln L(H_0)}$
Maddala (1983): $R_M^2 = 1 - \left[ \frac{L(H_0)}{L(H_A)} \right]^{\frac{2}{N}}$	Cragg y Uhler (1970): $R_{CU}^2 = \frac{1 - \left[ \frac{L(H_0)}{L(H_A)} \right]^{\frac{2}{N}}}{1 - L(H_0)^{\frac{2}{N}}}$
Aldrich y Nelson (1984): $R_{AN}^2 = \frac{LR}{LR + \sigma^2 N}$	Veall y Zimmerman (1992): $R_{VZ}^2 = \frac{\frac{LR}{LR + \sigma^2 N}}{\frac{-2 \ln L(H_0)}{-2 \ln L(H_0) + \sigma^2 N}}$
Mckelevey y Zavoina (1975): $R_{MZ}^2 = \frac{\sum (\hat{Y}_i^* - \hat{Y}^*)^2}{\sum (\hat{Y}_i^* - \hat{Y}^*)^2 + \sigma^2 N}$	
Proporción de medidas correctas: $R_{CP}^2 = 1 - n^{-1} (Y - \hat{Y})' (Y - \hat{Y})$	Probabilidad media de predicción correcta: $R_{CP}^{*2} = n^{-1} \sum_i \{Y_i \hat{P}_i + (1 - Y_i)(1 - \hat{P}_i)\}$

#### b) Contrastes de hipótesis

Como señala Wooldridge (2002), para hacer contrastes de restricciones sobre los parámetros, en el marco de estos modelos no lineales se utilizan los contrastes LR, LM y Wald. Estos contrastes incluirían la significatividad individual y conjunta de las variables explicativas. Los tres contrastes son asintóticamente equivalentes, con distribución  $\chi_r^2$ , donde r es el número de restricciones a contrastar.

El test de Wald está implementado de forma directa en muchos softwares, por lo que suele ser la opción más utilizada. El LR también es utilizado habitualmente por su facilidad de cálculo, aunque requiere la estimación del modelo con y sin restricciones. El contraste LM o multiplicador de Lagrange requiere estimar el modelo bajo la hipótesis nula y se suele calcular a través de la suma explicada de una regresión lineal auxiliar. Su implementación tal vez es más costosa en algún caso, pero no es muy complicada, y es usada habitualmente para contrastar algunos supuestos en los que la estimación sin restricciones resultaría complicada.

En este trabajo utilizaremos el LR y Wald, dado que su implementación en nuestro contexto es bastante directa. Además de la significatividad individual y conjunta de los parámetros del modelo, es importante en la etapa de validación llevar a cabo contrastes para detectar determinados errores de especificación que pueden hacer que los resultados no sean fiables. Entre estos errores podemos destacar la heteroscedasticidad en la perturbación del modelo latente, la omisión de variables explicativas relevantes, y la distribución errónea de la perturbación del modelo latente. Este último caso implicaría un error en la función  $F$  del modelo binario  $p_i = F(\mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta})$ . Para ello, en este trabajo pretendemos estudiar el funcionamiento del contraste Reset. En primer lugar, veremos cómo se implementa este contraste en el caso de los modelos binarios. Y en segundo lugar, intentaremos ver si es sensible a los tres errores de especificación mencionados, o sólo detecta alguno de ellos.

Es evidente que para contrastar estos errores existen contrastes específicos. Sin embargo, no vamos a centrarnos en ellos, sino en un contraste general de errores de especificación, el contraste Reset.

#### **4.- El contraste Reset en modelos binarios**

Para evaluar si la especificación del modelo es correcta podemos usar el contraste Reset, aunque no indica qué hay que hacer en caso de que no lo sea. Las hipótesis nula y alternativa, en términos generales, serían:

$H_0$ : *Especificación del modelo correcta*

$H_a$ : *Especificación del modelo no correcta*

En este sentido, recordamos que en los modelos lineales se planteaba una regresión auxiliar añadiendo a los regresores iniciales potencias del valor ajustado de la variable

endógena, y se contrastaba si los parámetros que acompañaban a estas variables adicionales eran 0, utilizando para ello un estadístico  $F_{r,T-k}$ . En caso de no rechazar la hipótesis nula para un cierto nivel de significación, podíamos considerar que la especificación era correcta.

Ramalho y Ramalho (2012) adaptan el contraste Reset al caso de los modelos logit y probit, las etapas a seguir podrían sintetizarse de esta forma:

1. Estimar el modelo para el cual vamos a realizar el contraste:

$$p_i = F(\mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta})$$

suponiendo que F es la función de distribución normal o logística, según consideremos un probit o un logit, respectivamente.

2. Una vez se estiman los parámetros del modelo se calcula el argumento estimado de la función F, esto es:

$$arg = \mathbf{x}_i' \hat{\boldsymbol{\beta}} = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 X_{2i} + \hat{\beta}_3 X_{3i} + \dots + \hat{\beta}_k X_{ki}$$

3. Se estima la siguiente regresión auxiliar del contraste que añade a las variables explicativas iniciales del modelo, las potencias del argumento estimado.

$$p_i = F \left( \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta} + \sum_{j=2}^J \gamma_j (\mathbf{x}_i' \hat{\boldsymbol{\beta}})^j \right)$$

4. Las hipótesis nula y alternativa de este contraste se concretan ahora en el siguiente conjunto de restricciones sobre parámetros:

$$\begin{cases} H_0: \gamma_2 = \dots = \gamma_j = 0 \\ H_A: \text{alguno distinto de cero} \end{cases}$$

5. Dado que los modelos logit y probit se estiman por MV con un procedimiento no lineal, los estadísticos adecuados para contrastar restricciones son LR, Wald y LM (ver Wooldridge (2002), pag 461-465).

En el caso de que exista un error de especificación, como hemos comentado antes, éste puede ser de diversa índole. En nuestro estudio vamos a tratar de averiguar a qué errores de especificación es sensible el contraste Reset. Si hay un error de especificación y el contraste Reset funciona bien, nos dirá que la especificación no es correcta, pero no nos proporcionará información del error concreto. Por otro lado, llevar a cabo el contraste no requiere hacer ningún supuesto inicial sobre el tipo de error que estamos contrastando. En otras palabras, no requiere partir de un patrón concreto de varianza no constante, o de

una función de distribución concreta, etc, para contrastar si existe o no ese error. En resumen, el contraste Reset tiene la ventaja de que no requiere información inicial, pero el resultado no proporciona información concreta sobre el error en caso de existir. No es un contraste específico, sino general. Para saber si este contraste capta o no capta los errores de especificación vamos a llevar a cabo un estudio de Monte Carlo, cuya estructura se presenta en el siguiente apartado.

## 5.- Estudio de Montecarlo para el contraste Reset

Nuestro análisis se centra en realizar un estudio de Montecarlo para modelos binarios, con el objetivo de comprobar el funcionamiento del contraste Reset en este tipo de modelos. En la forma de realizar las simulaciones seguimos los pasos del trabajo de Ramahlo y Ramalho (2012), aunque sólo algunos los errores de especificación que estudiamos coinciden con los considerados por estos autores.

Estimaremos un probit o un logit, a partir de la muestra de una variable binaria que habrá sido generada aleatoriamente. Para ello previamente necesitamos generar el modelo latente verdadero:

$$Y_i^* = \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta} + u_i \quad (1)$$

Una vez generada la variable latente, obtenemos la variable binaria:

$$Y_i = \begin{cases} 1 & \text{si } Y_i^* > 0 \\ 0 & \text{si } Y_i^* \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

Para obtener la expresión (1) habremos generado la perturbación  $u_i$  como una variable aleatoria que sigue una determinada distribución, y a los parámetros que aparecen en  $\boldsymbol{\beta}$  les habremos dado un valor concreto. Los regresores incluidos en  $\mathbf{x}_i'$  son variables explicativas que serán también generadas aleatoriamente. En los experimentos de Monte Carlo se repite este proceso muchas veces, generando así muchas muestras de  $Y^*$  pero manteniendo constantes las  $X$  en las distintas muestras. Por eso decimos que las  $X$  son “fijas para muestras repetidas”, lo cual permite suponer que las variables explicativas son exógenas.

A partir de (2) el modelo binario verdadero, o Proceso Generador de los Datos (PGD) puede escribirse como  $p_i = F(\mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta})$ , donde  $F$  puede ser o no la distribución normal o logística, dependiendo de si la perturbación  $u_i$  en (1), sigue o no una de esas distribuciones. Asimismo,  $u_i$  puede o no tener varianza constante. Y las variables

incluidas en  $x'_i$  en la expresión (1) pueden coincidir o no con las consideradas en el modelo que queremos estimar. Si el modelo estimado no contiene todas las variables del modelo verdadero, entonces diremos que hemos omitido una variable relevante.

Todos estos problemas constituyen errores de especificación, que podemos entender como diferencias entre el modelo estimado y el modelo verdadero. En el marco de los contrastes de hipótesis, utilizaremos dos conceptos básicos para estudiar el comportamiento de éstos:

- **Tamaño del Error Tipo I ( $\alpha$ ):** es la probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando ésta es verdadera. Por lo tanto, se busca que este error tenga un valor lo más pequeño posible. Esto es lo que se denomina nivel de significación, cuyo valor habitual se fija en 0,01, 0,05 o 0,1.
- **Potencia de un contraste:** es la probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando es falsa. En este caso, lo ideal es que se encuentre en valores cercanos a 1.

A lo largo de todo nuestro análisis vamos a estimar siempre un probit o un logit con dos variables explicativas  $X_2$  y  $X_3$ . Esto es, estimamos el modelo:

$$p_i = F(\beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i}) \quad (3)$$

Al estimar estamos asumiendo que la perturbación es normal o logística, que su varianza es constante, y que las variables explicativas del modelo verdadero son  $X_2$  y  $X_3$ . Sin embargo, no siempre el modelo verdadero se corresponderá con estos supuestos. En este sentido plantearemos diferentes PGD, que son los que recogemos a continuación en tres categorías, según los errores de especificación que se cometen:

1. **Variable relevante omitida:** este tipo de errores consiste en que el verdadero modelo contiene variables explicativas que no han sido incluidas en el modelo estimado. En nuestro caso, hemos simulado los siguientes modelos verdaderos:

- a)  $Y_i^* = a_0 + X_{2i} + X_{3i} + X_{4i} + f c_i + u_i$
- b)  $Y_i^* = a_0 + X_{2i} + X_{3i} + X_{2i}^2 + X_{3i}^2 + u_i$
- c)  $Y_i^* = a_0 + X_{2i} + X_{3i} + f c_i + f c_i * X_{2i} + u_i$
- d)  $Y_i^* = a_0 + X_{2i} + X_{4i} + f c_i + u_i$
- e)  $Y_i^* = a_0 + X_{2i} + X_{3i} + X_{2i}^2 + u_i$

En unos casos la perturbación será normal y en otra logística. Suponemos que cuando es normal, estimaremos un probit, por lo que el único error cometido será la

omisión de variables, pero no la distribución de la perturbación ni la varianza constante. Cuando la perturbación se genere como una logística, estimaremos un logit.

2. **Heterocedasticidad en el modelo latente:** en el caso de que el modelo esté correctamente especificado, la perturbación seguirá una normal con esperanza 0 y varianza 1 si el modelo es probit, y una logística con esperanza 0 y varianza  $\frac{\pi^2}{3}$  si se trata de un modelo logit.

En nuestro caso, generaremos modelos verdaderos en los que la perturbación no tenga varianza constante, sino que presente heteroscedasticidad. En concreto plantearemos heteroscedasticidad aditiva, y también heteroscedasticidad multiplicativa. Podemos decir que el modelo verdadero tiene como modelo latente:

$$Y_i^* = \alpha_0 + X_{2i} + X_{3i} + u_i$$

donde  $u_i$  sigue una distribución normal o logística, pero su varianza será uno de estos dos casos:

- a) **Heterocedasticidad aditiva:**

$$\text{var}(u_i) = \sigma^2(1 + bZ_i)$$

- b) **Heterocedasticidad multiplicativa:**

$$\text{var}(u_i) = \sigma^2 e^{bZ_i}$$

siendo  $\sigma^2$  igual a 1 o  $\frac{\pi^2}{3}$  según sea probit o logit, y  $Z$  es una variable exógena.

Como vemos, en este caso las variables explicativas del modelo verdadero coinciden con la del modelo estimado, y la distribución de la perturbación también es correcta (normal cuando estimo probit, y logística cuando estimo logit), por lo que el único error de especificación sería la heteroscedasticidad.

3. **Distribución incorrecta de la perturbación del modelo latente:** al estimar los modelos probit o logit estamos asumiendo que la perturbación del modelo latente sigue una distribución normal o logística en cada uno de los casos. Para comprobar si el contraste Reset es capaz de captar los casos en que no se cumple este supuesto, hemos planteado modelos verdaderos cuyo modelo latente es  $Y_i^* = \alpha_0 + X_{2i} + X_{3i} + u_i$ , pero en el que  $u_i$  sigue una de las siguientes distribuciones:

**a) Normal o logística, según estimemos un logit o un probit, respectivamente.**

**b) T-Student con 1 y 10 grados de libertad:  $u_i \sim t_1$  y  $u_i \sim t_{10}$**

**c) Chi-Cuadrado con 1 y 5 grado de libertad, centradas en 0 (restando la respectiva media)**

**d) F de Snedecor con diferentes grados de libertad:  $F_{1,1}$ ,  $F_{1,4}$  y  $F_{2,5}$ .**

**e) Poisson: P (1) y P (5)**

**f) Gamma: G (1,1), G (4,1), G (3,1) y G (1,3)**

**h) Laplace: L (0,1), L (0,4) y L (-2,4)**

En todos los modelos verdaderos planteados, se han fijado una serie de aspectos, algo que es necesario para llevar a cabo los experimentos de simulación y poder obtener conclusiones. Un resumen de los aspectos que ya han aparecido previamente, y otros que también necesitan ser fijados, sería el siguiente:

1. En todos los PGD planteados se han usado variables explicativas que han sido previamente generadas. En concreto  $X_2$  se generó como una  $N(1,3)$  y  $X_3$  como una  $\chi_1^2$ . La variable  $f_{c_i}$  es una variable ficticia, y  $X_4$  es una  $\chi_2^2$ .
2. Los parámetros que acompañan a las variables explicativas en los modelos verdaderos tienen siempre valor 1, excepto el término independiente, que hemos llamado  $\alpha_0$ , cuyo valor es distinto en unos modelos y en otros, con el objetivo de controlar la proporción de unos y ceros en la variable binaria construida en cada caso. La idea es conseguir una proporción equilibrada, de tal modo que el número de unos no sea nunca inferior al 30% ni superior al 70%.
3. Usaremos muestras de distintos tamaños. En concreto  $T = \{200, 500, 1000, 2000, 5000\}$ . De este modo podemos estudiar si el comportamiento asintótico del contraste Reset es el esperado, y también analizar cómo se comporta en muestras pequeñas.
4. Se repite R veces el proceso de obtención del modelo verdadero, así como la estimación y el cálculo del contraste Reset. Es decir, se obtienen R muestras de la variable binaria Y a partir de R muestras de la perturbación, manteniendo las mismas muestras de las X en todas las repeticiones. Llamamos R al número de réplicas (repeticiones), que fijaremos en 1000.

5. De la misma manera que plantean Ramalho y Ramalho (2012), las potencias incluidas en el contraste Reset son  $J = \{2,3,4,5,6\}$ , de tal forma que las conclusiones puedan variar de un estadístico a otro.
6. El estadístico de contraste que usaremos para contrastar Reset en la correspondiente regresión auxiliar será LR y Wald. Aunque asintóticamente son equivalentes, puede haber diferencias en muestras pequeñas.
7. El nivel de significación fijado para realizar el contraste Reset será el habitual  $\alpha = 0,05$ .
8. La proporción de rechazos entre las R repeticiones nos servirá para saber si nos aproximamos al tamaño (tamaño del error tipo I) o a la potencia 1. Así, si la hipótesis nula es cierta, la proporción de rechazos deberá aproximarse al nivel de significación que hayamos fijado, en nuestro caso 5%. Si la hipótesis nula es falsa, el contraste se comporta bien cuando la proporción de rechazos es muy alta, dado que esta proporción será la Potencia del contraste.

## 6.- Resultados del experimento

Para la presentación de los resultados obtenidos con el experimento distinguimos fundamentalmente dos situaciones: la primera cuando el modelo estimado está correctamente especificado, y la segunda cuando existen errores de especificación. Dentro de esta segunda distinguimos los tres errores de especificación comentados en el apartado anterior, esto es, variables omitidas, heteroscedasticidad, y distribución incorrecta de la perturbación del modelo latente. Todos los casos se estudian a su vez para la estimación probit y para la estimación logit. Sin embargo, presentamos aquí sólo la estimación probit, y comentamos después las diferencias y coincidencias con la estimación logit, pero todos los resultados relativos a la estimación logit aparecen en tablas en anexos.

### 6.1.- El modelo estimado está correctamente especificado

Suponemos que hemos estimado el modelo probit:

$$p_i = \Phi(\beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i})$$

Si que la especificación es correcta, el modelo latente subyacente sería:

$$Y_i^* = \alpha_0 + X_{2i} + X_{3i} + u_i$$

Dicho de otro modo, el modelo binario verdadero o proceso generador de los datos será  $p_i = \Phi(\alpha_0 + X_{2i} + X_{3i})$ . Dado que la hipótesis nula del contraste Reset (especificación



correcta) es cierta, el contraste se comporta bien si la proporción de rechazos tiende al 5%. La tabla 2 muestra estas proporciones de rechazo, para el contraste Reset calculado para diferentes tamaños muestrales, y para diferentes versiones del contraste. En concreto, se utiliza tanto el LR como el Wald, y se consideran potencias de los argumentos desde  $J=2$  hasta  $J=6$ . Se denota LRJ y WJ al LR y Wald para el contraste Reset con potencias hasta J.

**Tabla 2. Estimación probit con especificación correcta: proporción de rechazos en el contraste Reset**

T	W2	LR2	W3	LR3	W4	LR4	W5	LR5	W6	LR6
200	0,16	0,01	0,01	0,15	0	0,06	0	0,09	0	0,07
500	0,21	0,02	0,05	0,09	0,02	0,05	0,02	0,09	0,01	0,02
1000	0,11	0,02	0,03	0,02	0,01	0,01	0,01	0,03	0	0,01
2000	0,04	0,04	0,06	0,04	0,04	0,01	0,01	0,04	0	0,02
5000	0,08	0,06	0,12	0,04	0,08	0,02	0,03	0,06	0,02	0,06

Como se puede observar, los valores obtenidos en la simulación se aproximan a 0,05.

Además, vemos que si  $J \geq 4$ , esta aproximación es bastante buena desde tamaño muestral 500. Únicamente para muestras y valores de J pequeños la proporción de rechazos llega hasta valores alrededor del 20%.

## **6.2.- El modelo estimado no está correctamente especificado**

### **6.2.1.-Variable relevante omitida**

Si estimamos el modelo probit dado en (3) pero hay variables explicativas relevantes no incluidas en él, incurrimos en un error de especificación. Este tipo de errores es muy común y a través de este estudio, queremos concluir si el contraste Reset capta si falta alguna variable por incluir. Como ya sabemos, este contraste no parte de ninguna premisa y, por tanto, no permite saber dónde está el error. Pero a través de este estudio se intenta comprobar si el contraste Reset puede dar indicios que, acompañados de la teoría económica, permitan intuir dónde se encuentra el problema de especificación. La tabla 3 recoge la proporción de rechazos en cada uno de los casos de variable omitida considerados.

**Tabla 3. Variables omitidas en estimación probit**

Modelo binario verdadero: $p_i = \Phi(\alpha_0 + X_{2i} + X_{3i} + X_{4i} + fc_i)$										
<b>T</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
<b>200</b>	0,29	0,29	0,19	0,42	0,05	0,29	0,02	0,31	0	0,26
<b>500</b>	0,8	0,78	0,54	0,6	0,42	0,5	0,31	0,46	0,25	0,38
<b>1000</b>	0,95	0,95	0,9	0,91	0,8	0,86	0,61	0,75	0,45	0,66
<b>2000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>5000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Modelo binario verdadero: $p_i = \Phi(a_0 + X_{2i} + X_{3i} + fc_i + fc_i * X_{2i})$										
<b>T</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
<b>200</b>	0,04	0,02	0	0,1	0	0,05	0,01	0,09	0,01	0,04
<b>500</b>	0,84	0,52	0,42	0,78	0,26	0,62	0,21	0,62	0,12	0,5
<b>1000</b>	0,76	0,65	0,77	0,95	0,6	0,9	0,22	0,84	0,09	0,71
<b>2000</b>	1	0,99	1	1	1	1	0,95	1	0,84	1
<b>5000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Modelo binario verdadero: $p_i = \Phi(a_0 + X_{2i} + X_{4i} + fc_i)$										
<b>T</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
<b>200</b>	0,14	0,13	0,03	0,06	0,02	0,02	0	0,05	0	0,02
<b>500</b>	0,52	0,48	0,31	0,3	0,19	0,23	0,19	0,31	0,13	0,28
<b>1000</b>	0,96	0,94	0,89	0,88	0,8	0,78	0,8	0,88	0,73	0,8
<b>2000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>5000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Modelo binario verdadero $p_i = \Phi(a_0 + X_{2i} + X_{3i} + X_{2i}^2)$										
<b>T</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
<b>200</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>500</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>1000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>2000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>5000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Modelo binario verdadero $p_i = \Phi(a_0 + X_{2i} + X_{3i} + X_{2i}^2 + X_{3i}^2)$										

T	W2	LR2	W3	LR3	W4	LR4	W5	LR5	W6	LR6
200	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
500	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

El primero de los casos corresponde a la omisión de una variable ficticia y una variable cuantitativa. Se puede observar que, el contraste capta el error de omisión a la perfección para muestras de 2000 individuos o más y, en el caso de ser muestras de 1000, capta mejor para  $J \leq 3$ , siendo indiferente recurrir a Wald o LR.

El siguiente caso se refiere a la omisión de variable ficticia aditiva y multiplicativa. Para el cual vemos que, el tamaño muestral para garantizar un comportamiento adecuado del contraste, con cualquier  $J$  y tanto LR como Wald, debería ser al menos 2000. Y en el caso de tener un tamaño muestral entre 1000 y 2000, deberíamos construir el Reset utilizando el contraste LR con  $J = 3$  o  $J = 4$ .

El caso de omisión de variables ficticia y cuantitativa, e inclusión de una variable irrelevante en el modelo estimado, expuesto en tercer lugar en la tabla, presenta unos resultados muy similares a los anteriores. La potencia del contraste es alta si se trabaja con  $T \geq 2000$  y para muestras de 1000 se obtienen mejores resultados con  $J=2$ , siendo indistinto utilizar LR o Wald.

Los últimos dos casos se refieren a omisión de variables al cuadrado, pudiendo concluir que, el contraste se comporta muy bien, independientemente del tamaño muestral, el valor de  $J$  y si se utiliza Wald o LR.

La conclusión para este tipo de errores en la especificación es que: el contraste Reset presenta limitaciones ante la omisión de variables explicativas ficticias o cuantitativas, o si el error proviene por la introducción de una variable no relevante. No obstante, el buen comportamiento asintótico está claro, y concretamente a partir de 2000, en cualquiera de las situaciones analizadas.

### 6.2.2.-Heterocedasticidad en el modelo latente:

Cuando estimamos el modelo probit dado en (3), estamos suponiendo que la varianza del modelo latente es 1. Sin embargo, si la realidad es que el modelo latente verdadero tiene una varianza no constante, estamos ante un caso de “heteroscedasticidad omitida”. Como

en el caso anterior de variables omitidas, nos preguntamos si el contraste Reset es capaz de captar este error.

Las tablas 4 y 5 muestran la proporción de rechazos en el contraste Reset cuando estimamos un modelo probit, ante la presencia de heterocedasticidad multiplicativa y aditiva, respectivamente.

**Tabla 4. Heterocedasticidad multiplicativa en estimación probit:  $var(u_i) = \sigma^2 e^{bz_i}$**

<b>T</b>	<b>b</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
<b>200</b>	<b>0,5</b>	0,3	0,28	0,24	0,25	0,17	0,24	0,29	0,41	0,22	0,34
<b>500</b>	<b>0,5</b>	0,16	0,16	0,26	0,19	0,23	0,14	0,33	0,36	0,29	0,25
<b>1000</b>	<b>0,5</b>	0,17	0,17	0,55	0,43	0,45	0,35	0,55	0,53	0,49	0,47
<b>2000</b>	<b>0,5</b>	0,19	0,18	0,83	0,69	0,76	0,59	0,78	0,73	0,71	0,68
<b>5000</b>	<b>0,5</b>	0,13	0,13	0,99	0,99	0,99	0,98	0,99	0,99	0,99	0,99
<b>200</b>	<b>1</b>	0,44	0,43	0,55	0,51	0,5	0,44	0,61	0,63	0,54	0,59
<b>500</b>	<b>1</b>	0,49	0,5	0,82	0,74	0,76	0,64	0,9	0,88	0,88	0,85
<b>1000</b>	<b>1</b>	0,22	0,22	0,97	0,96	0,97	0,95	0,99	0,99	0,98	0,98
<b>2000</b>	<b>1</b>	0,1	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>5000</b>	<b>1</b>	0,21	0,21	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>200</b>	<b>4</b>	0,61	0,63	0,75	0,73	0,7	0,68	0,82	0,82	0,85	0,89
<b>500</b>	<b>4</b>	0,31	0,31	0,98	0,97	0,97	0,94	1	1	1	1
<b>1000</b>	<b>4</b>	0,08	0,08	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>2000</b>	<b>4</b>	0,1	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>5000</b>	<b>4</b>	0,04	0,04	1	1	1	1	1	1	1	1

En esta tabla se observa que, el contraste Reset es capaz de captar la presencia de heterocedasticidad multiplicativa cuando es fuerte. Cuando pasamos de  $b=0,5$  a  $b=1$  la

potencia aumenta, para cualquier  $T$ . Y más aún si  $b = 4$ , donde observamos que a partir de  $T = 500$  con  $J \geq 3$ , las potencias (aproximación a ellas) serían altas, tanto con LR como con Wald.

En conclusión, a medida que la heterocedasticidad multiplicativa es más débil, el contraste necesita tamaños muestrales más grandes para detectar el error en la especificación. Lo que no varía es que el contraste actúa mejor con  $J \geq 3$  y que no hay variaciones significativas entre utilizar LR o Wald.

**Tabla 5. Heterocedasticidad aditiva en estimación probit:  $var(u_i) = \sigma^2(1 + bZ_i)$**

<b>T</b>	<b>b</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
<b>200</b>	<b>2</b>	0,26	0,27	0,29	0,28	0,24	0,24	0,25	0,28	0,22	0,26
<b>500</b>	<b>2</b>	0,19	0,19	0,38	0,29	0,32	0,22	0,41	0,4	0,37	0,37
<b>1000</b>	<b>2</b>	0,06	0,08	0,78	0,74	0,77	0,66	0,84	0,79	0,8	0,74
<b>2000</b>	<b>2</b>	0,1	0,1	0,98	0,95	0,96	0,93	0,98	0,99	0,98	0,96
<b>5000</b>	<b>2</b>	0,1	0,1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>200</b>	<b>4</b>	0,19	0,19	0,16	0,16	0,16	0,16	0,15	0,19	0,12	0,15
<b>500</b>	<b>4</b>	0,07	0,07	0,12	0,09	0,14	0,13	0,17	0,22	0,11	0,19
<b>1000</b>	<b>4</b>	0,09	0,1	0,34	0,31	0,31	0,28	0,23	0,24	0,26	0,24
<b>2000</b>	<b>4</b>	0,05	0,05	0,84	0,83	0,8	0,78	0,84	0,83	0,82	0,79
<b>5000</b>	<b>4</b>	0,07	0,07	1	1	0,99	0,99	1	1	1	1
<b>200</b>	<b>8</b>	0,13	0,13	0,09	0,13	0,14	0,16	0,13	0,19	0,08	0,17
<b>500</b>	<b>8</b>	0,09	0,09	0,07	0,06	0,11	0,11	0,08	0,12	0,06	0,08
<b>1000</b>	<b>8</b>	0,03	0,03	0,08	0,07	0,06	0,06	0,08	0,1	0,02	0,04
<b>2000</b>	<b>8</b>	0,08	0,08	0,57	0,54	0,46	0,46	0,51	0,53	0,48	0,49
<b>5000</b>	<b>8</b>	0,04	0,04	0,75	0,74	0,7	0,7	0,76	0,73	0,7	0,7

La tabla 5 muestra claramente que la heteroscedasticidad aditiva es captada bastante peor, no viéndose un mejor comportamiento para mayores grados de heteroscedasticidad ( $b=8$ ). Lo que sí está claro es el similar comportamiento del LR y Wald, y la necesidad de que  $J \geq 3$  y de que la muestra tenga un tamaño de al menos 2000 para captar el error de especificación.

En lo relativo a heteroscedasticidad podemos concluir que el contraste Reset tiene más potencia a la hora de captar heteroscedasticidades multiplicativas fuertes que aditivas.

### 6.2.3.- Distribución incorrecta de la perturbación del modelo latente:

El último error de especificación que vamos a analizar dentro de este trabajo es el que sucede cuando la perturbación del modelo latente verdadero no sigue una distribución normal o logística, y sin embargo estimamos un modelo probit o logit.

Como en la práctica la distribución que sigue la perturbación es desconocida, el objetivo de este estudio de Monte Carlo es ver si el contraste Reset es capaz de captar estos errores de especificación y en qué condiciones.

Las tablas 6 a 10 muestran proporciones de rechazos de la hipótesis nula del contraste Reset, bajo diferentes distribuciones de la perturbación del modelo latente verdadero. Comenzamos con los casos en los que  $u_i$  sigue una distribución logística (esto es, el modelo es logit) y una t-Student, con 1 grado de libertad o con 10 grados de libertad. Como muestran los gráficos 1 y 3, son distribuciones continuas que toman valores desde  $-\infty$  a  $+\infty$ , y con una forma de campana relativamente similar a la normal. Esto hace que pueda ser más difícil diferenciarlas de la distribución normal, por lo que cabe esperar que el contraste Reset no capte el error, o, dicho de otro modo, que no tenga una potencia próxima a 1. La Tabla 6 corrobora estos indicios.

**Tabla 6. Potencia del contraste Reset ante perturbación t y logística en estimación probit**

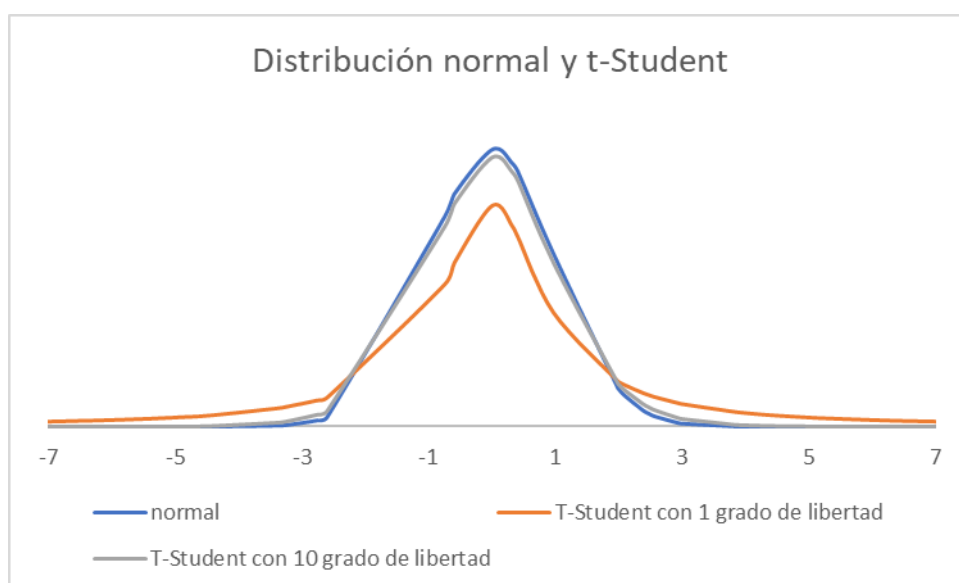
Distribución de $u_i$ en el modelo latente: $u_i \sim$ logística										
T	W2	LR2	W3	LR3	W4	LR4	W5	LR5	W6	LR6
200	0,07	0,06	0,05	0,07	0,04	0,08	0,03	0,12	0,03	0,08
500	0,11	0,11	0,09	0,1	0,07	0,09	0,07	0,07	0,01	0,03
1000	0,09	0,08	0,13	0,1	0,12	0,11	0,12	0,08	0,1	0,08
2000	0,16	0,16	0,24	0,19	0,21	0,15	0,16	0,16	0,15	0,14
5000	0,34	0,33	0,48	0,38	0,38	0,32	0,31	0,26	0,29	0,27

<b>Distribución de <math>u_i</math> en el modelo latente: <math>u_i \sim t_1</math></b>										
<b>T</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
<b>200</b>	0,25	0,25	0,25	0,23	0,26	0,23	0,24	0,34	0,21	0,31
<b>500</b>	0,44	0,43	0,57	0,52	0,56	0,55	0,62	0,59	0,48	0,53
<b>1000</b>	0,82	0,82	0,88	0,83	0,85	0,83	0,85	0,81	0,79	0,77
<b>2000</b>	0,93	0,92	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>5000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>Distribución de <math>u_i</math> en el modelo latente: <math>u_i \sim t_{10}</math></b>										
<b>T</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
<b>200</b>	0,14	0,1	0,08	0,1	0,04	0,07	0,04	0,12	0,02	0,08
<b>500</b>	0,08	0,06	0,08	0,06	0,06	0,04	0,07	0,1	0,05	0,07
<b>1000</b>	0,14	0,14	0,22	0,1	0,19	0,09	0,15	0,16	0,12	0,11
<b>2000</b>	0,26	0,24	0,37	0,23	0,31	0,18	0,28	0,26	0,25	0,21
<b>5000</b>	0,23	0,22	0,52	0,35	0,48	0,36	0,44	0,39	0,4	0,31

En el caso de que la perturbación siga una logística el contraste Reset no capta el error de especificación para ningún tamaño muestral, valor de J o estadístico de contraste. Este resultado es importante ya que, si se estima un probit pero el PGD sigue una logística, el contraste sería una forma de contrastar logit frente a probit. Por tanto, podemos concluir que el contraste Reset no discrimina entre modelos logit y modelo probit, dada la similitud existente entre ambas densidades, como se ve en el gráfico 1.

Si la perturbación sigue una t-Student con un grado de libertad, el contraste Reset es capaz de captar el error de especificación si el tamaño muestral es mayor de 2000, e incluso vemos que la aproximación a la potencia también es alta para T=1000. No podemos ver diferencias de comportamiento entre el Wald y el LR, y tampoco en cuanto al valor de J sobre las potencias incluidas en la regresión auxiliar. Si, por el contrario, la t tiene 10 grados de libertad el contraste no es capaz de captar el error en la especificación. Esto es debido a que, como sabemos, cuando los grados de libertad de la t aumentan, la distribución se asemeja a una normal, y el contraste en este caso no será potente para detectar errores de especificación.

**Gráfico 3. Función de densidad t-Student**



A continuación, analizamos el caso en que la perturbación sigue una Chi-cuadrado con 1 grado de libertad y con 5 grados de libertad. Es importante señalar que hemos restado la esperanza en ambos casos, por lo que ello supone que la perturbación tendrá esperanza cero, y por tanto algunos valores negativos. En otras palabras, se mueve la densidad hacia la izquierda, como vemos en el Gráfico 4. Las potencias obtenidas se presentan en la Tabla 7.

**Tabla 7. Potencia del contraste Reset ante perturbación Chi-cuadrado en estimación probit**

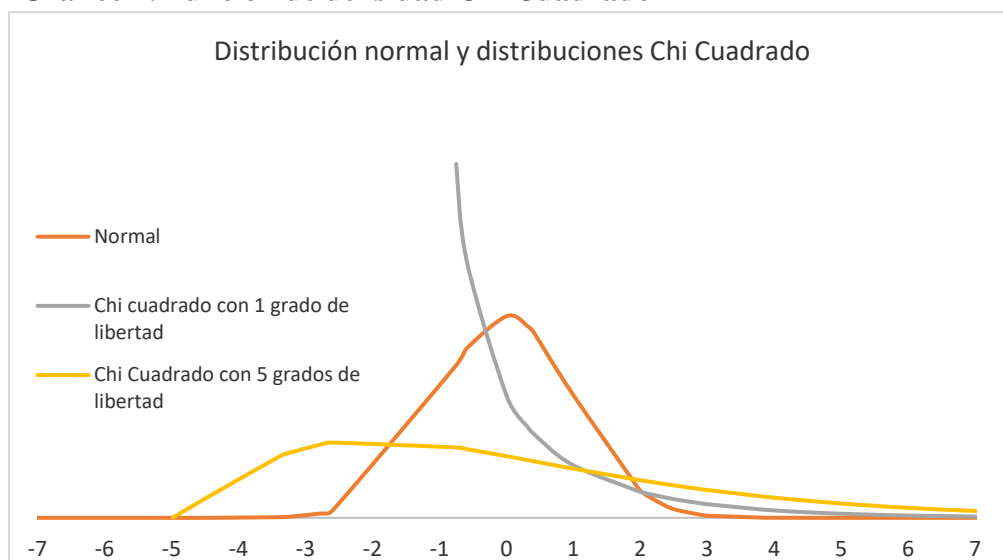
La perturbación del modelo latente verdadero: $\chi_1$										
T	W2	LR2	W3	LR3	W4	LR4	W5	LR5	W6	LR6
200	0,95	0,89	0,88	0,96	0,77	0,89	0,38	0,96	0,28	0,93
500	1	1	1	1	1	1	0,98	1	0,92	1
1000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
La perturbación del modelo latente verdadero: $\chi_5$										
T	W2	LR2	W3	LR3	W4	LR4	W5	LR5	W6	LR6
200	0,06	0,06	0,04	0,06	0,03	0,09	0,02	0,12	0,01	0,11
500	0,18	0,18	0,14	0,17	0,11	0,15	0,06	0,16	0,05	0,16
1000	0,23	0,23	0,15	0,19	0,09	0,11	0,1	0,13	0,07	0,09



<b>2000</b>	0,56	0,56	0,41	0,42	0,4	0,39	0,35	0,37	0,31	0,36
<b>5000</b>	0,89	0,89	0,87	0,87	0,8	0,82	0,73	0,74	0,74	0,75

Si la perturbación sigue un chi cuadrado con un grado de libertad, el contraste tiene unas potencias muy grandes para muestras mayores de 500 con todos los posibles valores de J. Para muestras de tamaño 200, funciona mejor el LR con  $J = \{3,5,6\}$  y Wald con  $J=2$ . Además, podemos vislumbrar igual que antes que a medida que aumenta el grado de libertad de la distribución -y esta asume una forma campaniforme- el contraste pierde capacidad de detectar el error de estimación. Se observa en que para una perturbación que siga una distribución chi cuadrado con 5 grados de libertad el contraste pierde su capacidad de detección, independientemente del tamaño muestral, valor de J o estadístico de contraste. El hecho de que los valores de la perturbación estén en un rango más amplio que incluye muchos valores negativos, ayuda a obtener estos resultados.

#### Gráfico 4. Función de densidad Chi Cuadrado



Ahora vamos a agrupar los modelos verdaderos con perturbación continua que toma sólo valores positivos. Es el caso de las distribuciones F y Gamma. Los resultados son presentados en la tabla 8. En el caso de la F, presentamos sólo  $F_{1,1}$ , dado el similar comportamiento independientemente de los grados de libertad. Los casos  $F_{1,4}$  y  $F_{2,5}$  están presentes en el anexo I. Los Gráficos 5 y 6 muestran la forma de la densidad de estas distribuciones.

**Tabla 8. Potencia del contraste Reset ante perturbación F-Snedecor y Gamma en estimación probit**

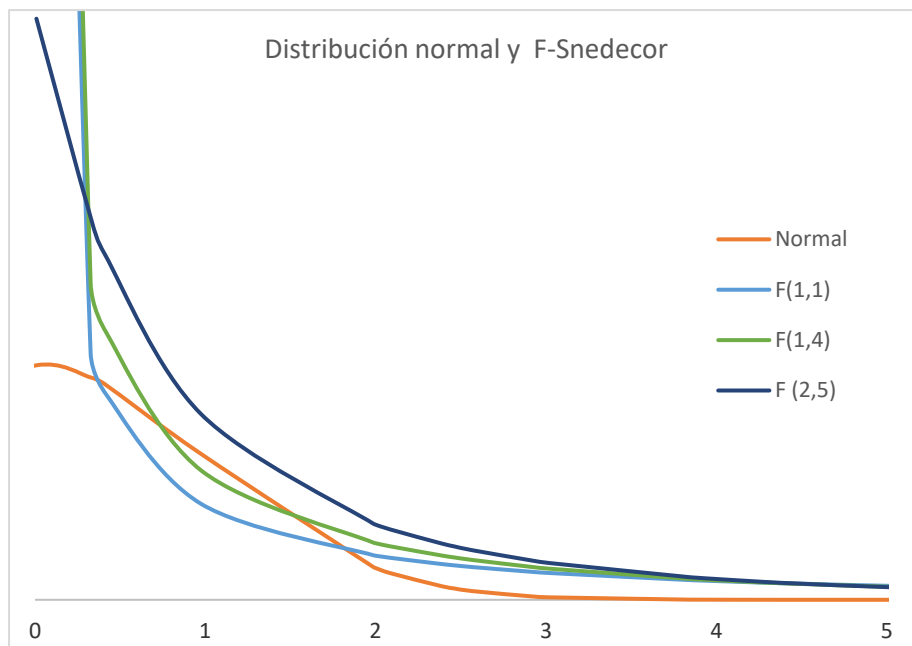
La perturbación del modelo latente: $F_{1,1}$										
T	W2	LR2	W3	LR3	W4	LR4	W5	LR5	W6	LR6
200	0,95	0,95	0,81	0,99	0,4	0,97	0,24	0,96	0,12	0,95
500	1	1	1	1	1	1	0,96	1	0,78	1
1000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
La perturbación del modelo latente: G (1,1)										
T	W2	LR2	W3	LR3	W4	LR4	W5	LR5	W6	LR6
200	0,78	0,67	0,47	0,8	0,23	0,69	0,13	0,76	0,06	0,66
500	1	1	0,99	1	0,92	1	0,66	1	0,57	0,99
1000	1	1	1	1	1	1	0,99	1	0,98	1
2000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
La perturbación del modelo latente: G (4,1)										
T	W2	LR2	W3	LR3	W4	LR4	W5	LR5	W6	LR6
200	0,14	0,2	0,04	0,25	0,01	0,17	0,02	0,24	0	0,19
500	0,22	0,31	0,08	0,23	0,02	0,17	0,07	0,25	0,04	0,23
1000	0,6	0,63	0,43	0,59	0,24	0,54	0,17	0,53	0,12	0,49
2000	0,86	0,9	0,74	0,86	0,63	0,82	0,47	0,81	0,33	0,77
5000	1	1	1	1	1	1	0,98	1	0,98	1
La perturbación del modelo latente: G (3,1)										
T	W2	LR2	W3	LR3	W4	LR4	W5	LR5	W6	LR6
200	0,21	0,23	0,08	0,23	0,04	0,18	0,05	0,22	0,02	0,19
500	0,48	0,51	0,25	0,47	0,1	0,38	0,06	0,41	0,02	0,34
1000	0,89	0,91	0,74	0,92	0,61	0,85	0,34	0,83	0,24	0,78

<b>2000</b>	0,97	0,98	0,98	0,99	0,95	0,99	0,81	0,98	0,7	0,97
<b>5000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>La perturbación del modelo latente: G (1,3)</b>										
<b>T</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
<b>200</b>	0,55	0,59	0,32	0,66	0,16	0,59	0,11	0,59	0,07	0,49
<b>500</b>	0,96	0,98	0,9	0,97	0,65	0,96	0,39	0,96	0,26	0,94
<b>1000</b>	1	1	1	1	1	1	0,91	1	0,8	1
<b>2000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>5000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

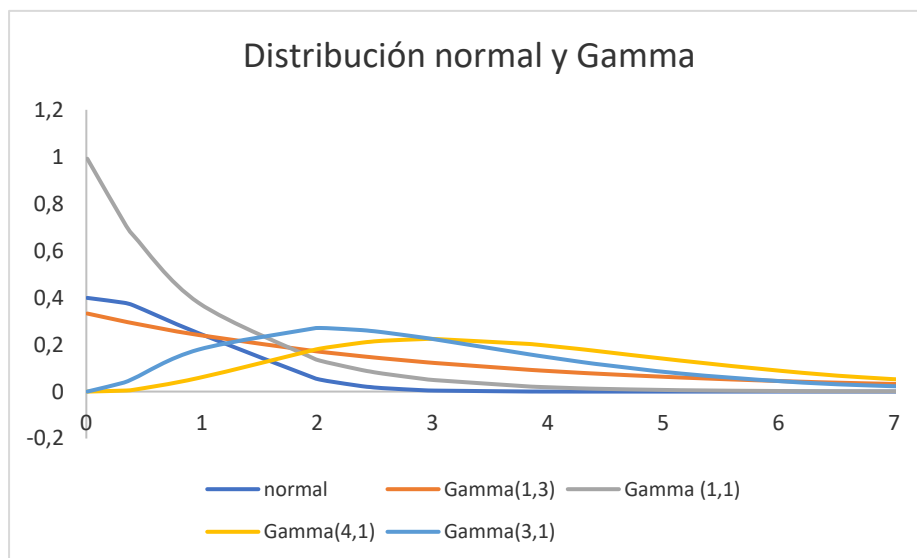
En las tablas de  $F$ , tanto la de la Tabla 8 como en el anexo I, se observa que si la perturbación es generada por una F-Snedecor el contraste es capaz de captar los errores de especificación del modelo incluso para muestras pequeñas. En los casos de  $F_{1,1}$  y  $F_{1,4}$ , el contraste capta el error de especificación en muestras de 200 si se trabaja con  $J = 2$  o, si  $J > 2$ , el estadístico de contraste es LR, mientras que para el caso  $F_{2,5}$  el contraste se comporta bien para muestras de 5000, 2000, 1000 y 500 y, en el caso de muestras de 200, únicamente es adecuado con  $J = 3$  y estadístico LR.

En el caso en que la distribución sea de tipo Gamma, podemos ver que en los casos de Gamma (4,1) y Gamma (3,1) la potencia es 1 sólo para  $T=5000$ , y se aproxima bastante a 1 para  $T=2000$ , sobre todo para Gamma (3,1). Para estos tamaños muestrales, el contraste con  $J=6$  capta peor el error, por lo que cualquiera de los otros  $J$  sería adecuado. Si por el contrario la Gamma generadora de la perturbación se aleja de la forma campaniforme que tienen las dos mencionadas, como sucede con Gamma (1,3) y Gamma (1,1), el contraste es adecuado incluso para muestras de 500 individuos. Actuando mejor con  $J$  bajos si el estadístico es Wald.

**Gráfico 5. Función de densidad F-Snedecor**



**Gráfico 6. Función de densidad Gamma**



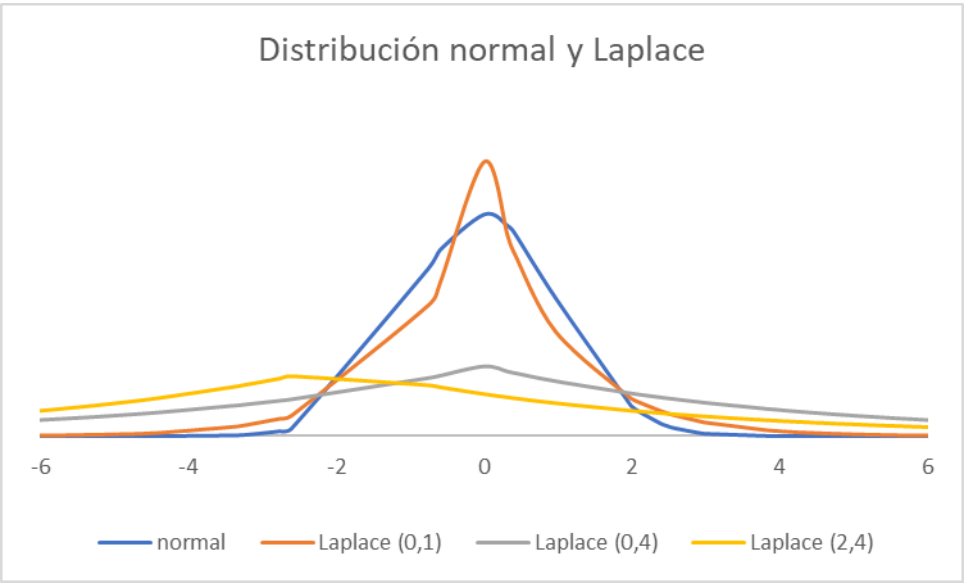
A continuación, presentamos la Tabla 9, donde se pueden observar los casos correspondientes a la perturbación Laplace (0,1) y Laplace (0,4). El caso Laplace (-2,4) está en el anexo I, y su interpretación es muy similar al caso Laplace (0,4).

**Tabla 9. Potencia del contraste Reset ante perturbación Laplace en estimación probit**

<b>La perturbación del modelo latente verdadero: L (0,1)</b>										
<b>T</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
<b>200</b>	0,13	0,12	0,14	0,13	0,11	0,12	0,16	0,21	0,12	0,18
<b>500</b>	0,26	0,21	0,32	0,26	0,3	0,24	0,34	0,32	0,28	0,24
<b>1000</b>	0,42	0,39	0,65	0,46	0,58	0,51	0,65	0,61	0,62	0,57
<b>2000</b>	0,64	0,64	0,88	0,79	0,86	0,77	0,89	0,84	0,86	0,82
<b>5000</b>	0,86	0,86	1	1	1	0,99	1	1	1	1
<b>La perturbación del modelo latente verdadero: L (0,4)</b>										
<b>T</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
<b>200</b>	0,06	0,06	0,02	0,05	0,04	0,06	0,04	0,09	0,04	0,08
<b>500</b>	0,06	0,07	0,05	0,05	0,03	0,03	0,04	0,05	0,02	0,07
<b>1000</b>	0,15	0,15	0,13	0,11	0,12	0,12	0,09	0,09	0,07	0,08
<b>2000</b>	0,13	0,13	0,13	0,12	0,12	0,12	0,12	0,12	0,06	0,08
<b>5000</b>	0,27	0,27	0,3	0,3	0,31	0,31	0,3	0,28	0,27	0,28

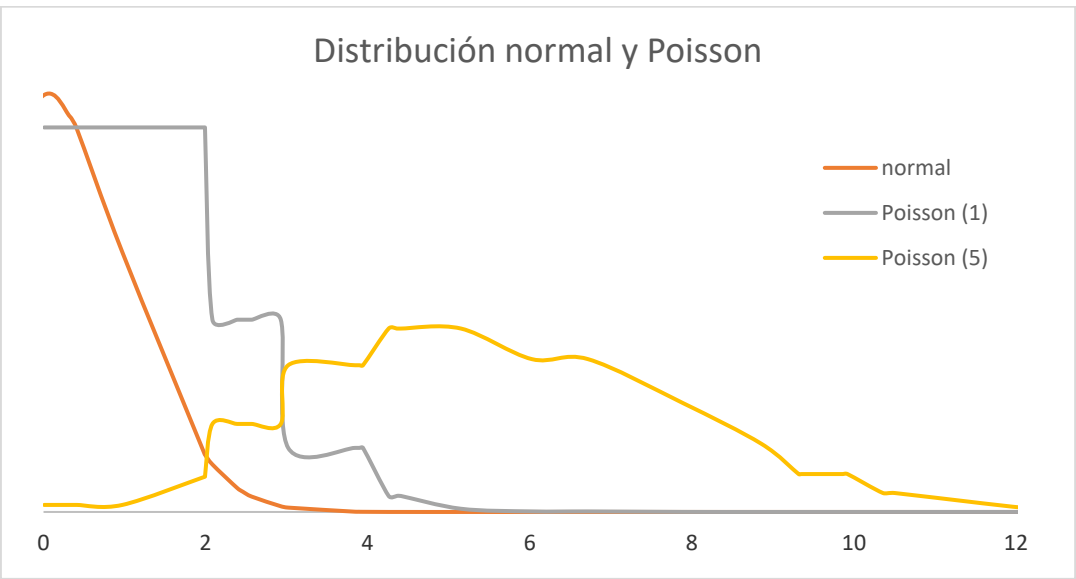
Si la perturbación del modelo latente sigue distribución Laplace el contraste Reset prácticamente no es capaz de detectar el error de especificación del modelo en ninguno de los casos. Esto es debido a la forma de la densidad, como podemos ver en el Gráfico 7. Es una variable continua, y definida tanto para valores negativos como positivos. De los tres casos, la que presenta potencias más altas cuando el tamaño muestral es grande es la L (0,1), lo que debería corresponderse en el gráfico con mayores diferencias respecto a la normal. Si observamos el Gráfico 7 vemos que la densidad es bastante similar a la normal, pero con un mayor apuntamiento. Tal vez este es un caso en el que el resultado es diferente respecto a lo que cabría esperar.

**Gráfico 7. Función de densidad Laplace**



Por último, presentamos las tablas y gráficas para el caso de la Poisson. Esta distribución es discreta y está definida para valores positivos, como podemos ver en el Gráfico 8. La Tabla 10 muestra los resultados para los casos en que la perturbación del modelo latente verdadero es generado por una  $P(1)$  y  $P(5)$ .

**Gráfico 8. Función de densidad Poisson**



**Tabla 10. Potencia del contraste Reset ante perturbación Poisson en estimación probit**

<b>La perturbación del modelo latente verdadero: P (1)</b>										
<b>T</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
<b>200</b>	0,32	0,28	0,14	0,39	0,1	0,29	0,09	0,46	0,07	0,36
<b>500</b>	0,8	0,77	0,65	0,89	0,39	0,78	0,19	0,93	0,11	0,88
<b>1000</b>	0,98	0,98	0,99	1	0,98	1	0,68	1	0,54	1
<b>2000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>5000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>La perturbación del modelo latente verdadero: P (5)</b>										
<b>T</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
<b>200</b>	0,06	0,14	0,03	0,16	0,02	0,2	0,01	0,26	0	0,2
<b>500</b>	0,05	0,07	0,03	0,07	0	0,08	0,02	0,12	0,02	0,1
<b>1000</b>	0,15	0,19	0,04	0,11	0,04	0,09	0,06	0,15	0,04	0,13
<b>2000</b>	0,21	0,24	0,07	0,15	0,05	0,16	0,01	0,19	0,01	0,15
<b>5000</b>	0,58	0,6	0,4	0,55	0,25	0,5	0,13	0,42	0,05	0,38

Mientras que en Poisson (1) el contraste Reset es capaz de captar el error incluso para muestras de tamaño 1000. Siendo indiferente el valor de la J si se trabaja con el estadístico LR y necesitando un  $J \leq 4$  si el estadístico es Wald. En el caso de la Poisson (5), las potencias del contraste son bajas.

El Gráfico 8 no parece darnos demasiadas pistas acerca de la diferencia entre ambas distribuciones Poisson. Aunque, parece que la forma campaniforme que la Poisson (5) es lo que hace que el Reset capte peor el problema de especificación que en el caso de la Poisson (1).

### **6.3.-Resultados del experimento para el caso logit**

A través de las tablas de simulación presentes en el anexo II de este trabajo podemos analizar el resultado del experimento para el caso de estimar un modelo logit.

Si el error de especificación viene por la omisión simultáneamente de una variable ficticia y una cuantitativa, el contraste solo funcionaría correctamente si se trabaja con muestras de tamaño 5000 y  $J \leq 3$ . En el caso de omisión de una variable ficticia aditiva y

multiplicativa el contraste puede funcionar con muestras de 2000 individuos si  $J \leq 3$ , actuando ligeramente mejor el estadístico de contraste LR.

Cuando el error de especificación se debe a omisión de variables ficticia y cuantitativa, e inclusión de una variable irrelevante el contraste Reset solo sería efectivo si se trabaja con muestras no menores a 5000 individuos. Siendo indiferente el valor de  $J$  o el estadístico. Para el último de los casos que nos queda por comentar dentro de esta categoría, la omisión de variables al cuadrado, el contraste capta a la perfección el error de especificación, siendo indiferente la  $J$  elegida o el estadístico.

Ante la presencia de heterocedasticidad multiplicativa en el modelo latente el contraste sigue Reset actúa de forma muy similar en el caso de modelos probit y logit, ya que gana potencia a medida que aumenta la presencia de heterocedasticidad. Si la heterocedasticidad es aditiva, el contraste Reset pierde toda su potencia para el caso en que la heterocedasticidad es más fuerte ( $b = 8$ ), igual que ocurre en el probit.

El estudio de la distribución incorrecta de la perturbación del modelo no difiere en gran medida entre la estimación de un modelo probit y un logit, Se siguen cumpliendo los mismos patrones que hemos identificado antes con el probit. Lo que sí se observa es alguna diferencia leve entre la potencia del contraste entre unas distribuciones u otras, consecuencia de la forma concreta de cada distribución. En el anexo III se puede observar una tabla resumen de todos los procesos.

## **7.-Conclusiones Generales**

El objetivo de este trabajo ha sido estudiar el funcionamiento del contraste Reset dentro del ámbito de los modelos probit y logit. Se trata de contrastar la hipótesis nula de correcta especificación del modelo, frente a la alternativa de la existencia de un error de especificación.

Partiendo de la forma del contraste propuesta por Ramalho y Ramalho (2012) para estos modelos, hemos llevado a cabo un estudio de simulación de Monte Carlo, donde hemos generado aleatoriamente una variable binaria a partir de la generación del modelo latente verdadero que subyace a estos modelos probit y logit.

Los tres posibles errores de especificación para los hemos estudiado el comportamiento del contraste han sido: omisión de variable relevante omitida, presencia de heterocedasticidad y distribución incorrecta de la perturbación del modelo latente



La regresión auxiliar del contraste Reset puede incluir más o menos términos, que son potencias, hasta  $J$ , del argumento estimado de la función de distribución logística o normal, según sea el modelo estimado logit o probit. Y el contraste puede hacerse con un estadístico LR, LM o Wald. En este trabajo hemos considerado los estadísticos LR y Wald, y potencias  $J$  desde 2 hasta 6. Se plantearon diferentes tamaños muestrales que van desde 200 hasta 5000 para comprobar tanto el comportamiento asintótico de los contrastes como su funcionamiento en muestras pequeñas.

Para estudiar el correcto funcionamiento del contraste se han utilizado los conceptos de Error de Tipo I y Potencia del contraste, aproximándonos a ellos en nuestro estudio a través de la proporción de rechazos de la hipótesis nula de especificación correcta.

Con todo esto, se ha buscado comprobar si el contraste Reset era capaz de captar estos errores de especificación y, en el caso de hacerlo, qué tamaño muestral mínimo era necesario y con qué número de potencias incluidas en el contraste. Además, se quería comprobar si para muestras pequeñas existía alguna diferencia entre el estadístico LR y Wald, intentando ver cuál de los dos puede ser más adecuado para identificar cada uno de los errores.

Otras preguntas que se querían contestar a través de este estudio son si el contraste Reset permite concluir correctamente si el modelo está bien especificado, si permite diferenciar entre modelos probit o logit, o si el contraste presenta diferencias significativas entre modelos probit o logit a la hora de estudiar estos errores de especificación.

Con todo ello podemos resumir de la forma siguiente las principales conclusiones obtenidas:

1. En los casos en los cuales el modelo estimado está correctamente especificado, salvo en un modelo probit con tamaños muestrales muy pequeños, el contraste Reset arroja unos valores cercanos al nivel de significación que permiten afirmar que para cualquier valor de  $J$  y estadístico de contraste se identifica la correcta especificación de modelos probit y logit.
2. El contraste permite identificar los errores de omisión de variable en muestras grandes (5000 individuos), y en muestras más pequeñas actúa mejor si lo que se ha omitido es el cuadrado de uno de los regresores del modelo. En los demás casos, esto es, si se omite una variable cuantitativa o ficticia, el contraste funciona mejor con  $J$  pequeñas y el LR funciona ligeramente mejor en muestras pequeñas. Además, podemos decir que no existen diferencias significativas entre probit y

logit si las muestras son grandes; pero, si son pequeñas, el contraste funciona ligeramente mejor en modelos probit que logit.

3. Si existe heterocedasticidad, el contraste Reset gana potencia a medida que aumenta el grado de heterocedasticidad multiplicativa pero no si es heterocedasticidad aditiva. Y, además, a medida que aumenta el tamaño de la muestra, el contraste es más potente ante heterocedasticidad multiplicativa, pero en el caso de la aditiva, esa relación es más difusa. En este caso, las diferencias entre el probit y el logit se limitan principalmente a que con el primero se recomendaría trabajar con  $J \geq 3$  y con el segundo en general sería indiferente la  $J$  escogida.
4. Si el error de especificación que se comete es que estimamos un probit, y el modelo binario no se corresponde con este modelo, o estimamos un logit cuando no lo es, el error de especificación decimos que está en una distribución incorrecta de la perturbación del modelo latente. Los resultados varían mucho según el supuesto que hacemos respecto a la forma de la distribución. Encontramos casos en los que el contraste no capta el error, y otros en los que lo capta casi perfectamente. Es evidente que si la distribución generadora del error se asemeja a una distribución normal o una logística el contraste Reset no es potente, o en otras palabras, no distingue entre la distribución verdadera y la normal o logística. Esto se puede ver cuando estimando probit, la perturbación sigue una t-Student con bastantes grados de libertad, o una logística, o incluso si es una Laplace (0,4). No obstante, para muchas de las distribuciones, incluso con muestras pequeñas, el contraste es capaz de identificar el error.

Otro aspecto para destacar es que, el tipo de distribución generadora del error hace que en unos casos el Reset funcione mejor si se estima probit, y para otras distribuciones, el Reset capte mejor el problema en la estimación logit. En concreto para el probit es más adecuado T-Student, Chi cuadrado o Laplace, mientras que el Reset en la estimación logit capta el error mejor en el caso de una Poisson. En el resto de los casos se comportaría similar en logit y probit.

Lo que sí se puede asegurar es que para tamaños muestrales grandes es indiferente el número de potencias  $J$  escogida, pero cuando la muestra es más pequeña, en general un  $J = 3, 4$  o  $5$  funciona mejor para la mayoría de los casos.

5. Sabemos que los estadísticos LR y Wald son asintóticamente equivalente para muestras grandes; en muestras pequeñas podemos decir que o bien se comporta mejor el estadístico LR, o resulta indiferente utilizar uno u otro.

Concretamente LR se comporta mejor para muestras pequeñas cuando hay omisión de variables, y en algunos casos de distribución incorrecta de la perturbación: Chi cuadrado con 1 grado de libertad, F de Snedecor, Poisson (1), distribuciones Gamma. Para el resto de los casos donde el contraste capta el error de especificación resulta indiferente el estadístico elegido.

6. Finalmente es importante destacar que el contraste Reset no discrimina entre probit y logit. Esto es, si estimo probit y es un logit, o estimo logit y es un probit, el contraste Reset concluirá que la especificación es correcta.

Tanto en este caso como en cualquiera de los otros, si comparáramos las probabilidades verdaderas y estimadas, podríamos saber si es o no importante que el contraste Reset capte el problema. Tanto por el esfuerzo requerido como por la dimensión que ocuparía en el trabajo, esto excede los objetivos de este trabajo.

## 8.-Bibliografía

- Aldrich, J.H. y F.D.Nelson (1984). *Linear Probability, Logit and Probit Models*. Beverly Hills: Sage Publications.
- Cragg, J.G. y R. Uhler. (1970). The Demand for Automobiles. *Canadian Journal of Economics*, 3(3), pp 386-407.
- Efron, B. (1978). Regression and ANOVA with zero-one data: measures of residual variation. *Journal of the American Statistical Association*, 76, pp. 11-121.
- Gujarati, D.N. y Porter, D.C. (2004). *Econometría*. México: Ed. Mc Graw Hill (5ª ed).
- Judge, G.G. et al. (1985). The Theory and Practice of Econometrics, 2nd ed. *American Journal of Agricultural Economics*, 67(2), 454.

- Maddala, G.S. (1983). *Limited-dependent and Qualitative Variables in Econometrics*. Nueva York: Cambridge U.P.
- McFadden, D. (1974). Conditional Logit Analysis of Qualitative Choice Behaviours. en P. Zarembka (ed.): *Frontiers in Econometrics*. Nueva York: Academic Press.
- Mckelvey, R.D. y W.Zanoiva (1975). A Statistical Model for Analysis of Ordinal Level Dependent Variables. *Journal of Mathematical Sociology*, 4, pp. 103-120.
- Ramvalho, E. A., y Ramalho, J. J. S. (2012). Alternative Versions of the RESET Test for Binary Response Index Models. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 74(1), 107–130.
- Stock, J.H. y Watson, M.M. (2012). *Introducción a la econometría*. (3ª ed). Madrid: Ed. Pearson Education.
- Veall, M.R. y K.F. Zimmermann (1992). Pseudo- $R^2$ 's in the Ordinal Probit Model. *Journal of Mathematical Sociology*, 16, pp. 333- 342.
- Villanúa, I. (1995). Medidas de Bondad del Ajuste en modelos econométricos con variable dependiente dicotómica. *Cuaderno Aragonés de Economía*, 5(2), 373-82.
- Windmeijer, F.A.G. (1995). Goodness- of- fit Measures in Binary Choice Models. *Econometric Reviews*, 14(1), pp. 101-116.
- Wooldridge, J. M. (2002). *Econometric analysis of cross section and panel data*. Cambridge, Mass: MIT Press.
- Wooldridge, J.M, (2008). *Introducción a la econometría: un enfoque moderno*. (2ª ed). México: Cengage Learning Editores, S.A.

**Anexo I: Tablas de estimación de un modelo logit**

**Tabla 1.1. Potencia del contraste Reset ante perturbaciones F en estimación probit**

La perturbación del modelo latente: $F_{1,4}$										
T	W2	LR2	W3	LR3	W4	LR4	W5	LR5	W6	LR6
200	0,96	0,95	0,82	0,97	0,62	0,94	0,37	0,95	0,23	0,92
500	1	1	1	1	1	1	0,97	1	0,92	1
1000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
La perturbación del modelo latente: $F_{2,5}$										
T	W2	LR2	W3	LR3	W4	LR4	W5	LR5	W6	LR6
200	0,89	0,89	0,71	0,94	0,48	0,89	0,36	0,89	0,21	0,83
500	1	1	1	1	0,99	1	0,9	1	0,78	1
1000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

**Tabla 1.2. Potencia del contraste Reset ante perturbaciones Laplace (-2,4) en estimación probit**

T	W2	LR2	W3	LR3	W4	LR4	W5	LR5	W6	LR6
200	0,03	0,03	0,01	0,03	0,04	0,05	0,02	0,05	0,04	0,06
500	0,08	0,08	0,07	0,07	0,04	0,07	0,03	0,08	0,03	0,1
1000	0,16	0,16	0,14	0,14	0,11	0,12	0,11	0,12	0,07	0,08
2000	0,23	0,23	0,17	0,16	0,14	0,15	0,12	0,11	0,1	0,12
5000	0,61	0,6	0,49	0,5	0,5	0,5	0,43	0,44	0,39	0,42

## Anexo II: Tablas de estimación de un modelo logit

**Tabla 2.1. Estimación logit con especificación correcta: proporción de rechazos en el contraste Reset**

T	W2	LR2	W3	LR3	W4	LR4	W5	LR5	W6	LR6
200	0,01	0	0,02	0,08	0,01	0,06	0,04	0,2	0,01	0,11
500	0,02	0,01	0,02	0,05	0,01	0,05	0,03	0,07	0,03	0,04
1000	0,06	0,04	0,04	0,03	0,03	0,01	0,03	0,05	0,02	0,04
2000	0,08	0,07	0,08	0,06	0,05	0,03	0,05	0,07	0,03	0,03
5000	0,05	0,05	0,06	0,02	0,07	0,01	0,04	0,06	0,01	0,04

**Tabla 2.2. Omisión de variable para modelo logit**

<b>Modelo binario verdadero:</b> $p_i = \Lambda(\alpha_0 + X_{2i} + X_{3i} + X_{4i} + f c_i)$										
T	W2	LR2	W3	LR3	W4	LR4	W5	LR5	W6	LR6
200	0,14	0,12	0,07	0,08	0,01	0,07	0,02	0,07	0,01	0,07
500	0,21	0,18	0,1	0,1	0,03	0,08	0,04	0,08	0,03	0,05
1000	0,26	0,24	0,11	0,2	0,04	0,12	0	0,1	0	0,03
2000	0,72	0,72	0,56	0,6	0,47	0,54	0,37	0,56	0,22	0,48
5000	0,97	0,97	0,92	0,96	0,85	0,91	0,71	0,86	0,63	0,78
<b>Modelo binario verdadero:</b> $p_i = \Lambda(a_0 + X_{2i} + X_{3i} + f c_i + f c_i * X_{2i})$										
T	W2	LR2	W3	LR3	W4	LR4	W5	LR5	W6	LR6
200	0,14	0,07	0,03	0,18	0,02	0,12	0,03	0,17	0	0,12
500	0,61	0,48	0,32	0,5	0,24	0,41	0,16	0,38	0,09	0,32
1000	0,6	0,6	0,48	0,61	0,38	0,56	0,29	0,56	0,17	0,46
2000	0,95	0,95	0,89	0,93	0,87	0,93	0,82	0,9	0,74	0,84

5000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>Modelo binario verdadero:</b> $p_i = \Lambda(a_0 + X_{2i} + X_{3i} + f c_i + f c_i * X_{2i})$										
<b>T</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
200	0,07	0,05	0,02	0,06	0	0,02	0,01	0,08	0	0,05
500	0,06	0,06	0,02	0,04	0,01	0,01	0,02	0,09	0,02	0,04
1000	0,12	0,12	0,05	0,06	0,02	0,02	0,07	0,2	0,06	0,15
2000	0,72	0,71	0,68	0,65	0,74	0,58	0,62	0,37	0,58	0,3
5000	1	1	0,99	0,99	0,99	0,98	0,95	0,96	0,91	0,9
<b>Modelo binario verdadero:</b> $p_i = \Lambda(a_0 + X_{2i} + X_{3i} + f c_i + f c_i * X_{2i})$										
<b>T</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
200	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
500	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>Modelo binario verdadero:</b> $p_i = \Lambda(a_0 + X_{2i} + X_{3i} + f c_i + f c_i * X_{2i})$										
<b>T</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
200	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
500	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

**Tabla 2.3. Heterocedasticidad multiplicativa en estimación logit:  $var(u_i) = \sigma^2 e^{bZ_i}$**

<b>T</b>	<b>b</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
<b>200</b>	0,5	0,25	0,2	0,18	0,2	0,15	0,16	0,1	0,15	0,12	0,16
<b>500</b>	0,5	0,23	0,18	0,23	0,15	0,22	0,16	0,13	0,15	0,13	0,15
<b>1000</b>	0,5	0,45	0,42	0,29	0,3	0,29	0,25	0,23	0,2	0,23	0,19
<b>2000</b>	0,5	0,62	0,59	0,53	0,52	0,54	0,5	0,47	0,43	0,48	0,44
<b>5000</b>	0,5	0,96	0,95	0,87	0,88	0,85	0,82	0,81	0,79	0,76	0,77
<b>200</b>	1	0,68	0,63	0,5	0,56	0,41	0,51	0,37	0,43	0,34	0,43
<b>500</b>	1	0,8	0,79	0,7	0,72	0,65	0,66	0,58	0,63	0,55	0,61
<b>1000</b>	1	0,8	0,79	0,76	0,75	0,77	0,74	0,74	0,72	0,69	0,63
<b>2000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>5000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>200</b>	4	0,88	0,88	0,8	0,85	0,7	0,8	0,55	0,8	0,44	0,77
<b>500</b>	4	0,98	0,98	0,96	0,96	0,9	0,92	0,94	0,96	0,94	0,98
<b>1000</b>	4	1	1	0,99	0,99	0,98	0,98	0,99	0,99	0,98	0,98
<b>2000</b>	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>5000</b>	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

**Tabla 2.4. Heterocedasticidad aditiva en estimación logit:  $var(u_i) = \sigma^2(1 + bZ_i)$**

<b>T</b>	<b>b</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
<b>200</b>	2	0,36	0,34	0,3	0,26	0,18	0,27	0,19	0,25	0,16	0,32
<b>500</b>	2	0,5	0,45	0,38	0,45	0,35	0,38	0,29	0,38	0,26	0,34
<b>1000</b>	2	0,69	0,69	0,57	0,56	0,56	0,58	0,53	0,58	0,52	0,55
<b>2000</b>	2	0,87	0,87	0,8	0,81	0,79	0,8	0,77	0,77	0,78	0,77
<b>5000</b>	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>200</b>	4	0,24	0,24	0,13	0,13	0,08	0,19	0,04	0,16	0,06	0,17
<b>500</b>	4	0,31	0,29	0,18	0,19	0,16	0,18	0,13	0,18	0,08	0,18
<b>1000</b>	4	0,3	0,29	0,27	0,27	0,22	0,24	0,2	0,21	0,17	0,19
<b>2000</b>	4	0,54	0,52	0,42	0,43	0,38	0,37	0,38	0,36	0,35	0,35
<b>5000</b>	4	0,96	0,95	0,93	0,92	0,91	0,92	0,89	0,9	0,9	0,9
<b>200</b>	8	0,13	0,13	0,06	0,08	0,08	0,12	0,05	0,11	0,04	0,12
<b>500</b>	8	0,18	0,17	0,15	0,16	0,13	0,18	0,08	0,17	0,07	0,12
<b>1000</b>	8	0,16	0,15	0,14	0,15	0,1	0,11	0,05	0,07	0,04	0,06
<b>2000</b>	8	0,24	0,24	0,16	0,17	0,1	0,1	0,11	0,11	0,1	0,12
<b>5000</b>	8	0,64	0,64	0,52	0,51	0,4	0,4	0,33	0,32	0,37	0,38



**Tabla 2.5. Potencia del contraste Reset ante distintas perturbaciones en estimación  
logit**

Perturbación del modelo latente: Normal (0,1)										
T	W2	LR2	W3	LR3	W4	LR4	W5	LR5	W6	LR6
200	0,03	0,03	0,01	0,1	0	0,05	0,03	0,12	0	0,1
500	0,03	0,02	0,02	0,16	0	0,12	0,02	0,13	0,01	0,08
1000	0,06	0,06	0,04	0,16	0,04	0,13	0,01	0,13	0	0,09
2000	0,09	0,09	0,12	0,3	0,09	0,24	0,04	0,2	0,01	0,2
5000	0,2	0,2	0,53	0,74	0,37	0,66	0,18	0,59	0,13	0,51
Perturbación del modelo latente: t con 1 grado de libertad										
T	W2	LR2	W3	LR3	W4	LR4	W5	LR5	W6	LR6
200	0,18	0,18	0,21	0,18	0,19	0,19	0,19	0,28	0,14	0,25
500	0,31	0,31	0,47	0,4	0,46	0,4	0,44	0,43	0,38	0,35
1000	0,62	0,62	0,69	0,63	0,69	0,62	0,66	0,61	0,6	0,58
2000	0,84	0,83	0,95	0,93	0,98	0,98	0,97	0,97	0,97	0,96
5000	0,99	0,99	1	1	1	1	1	1	1	1
Perturbación del modelo latente: t con 10 grado de libertad										
T	W2	LR2	W3	LR3	W4	LR4	W5	LR5	W6	LR6
200	0,06	0,05	0,04	0,07	0,02	0,06	0,01	0,08	0,01	0,07
500	0,02	0	0,02	0,05	0,02	0	0,03	0,09	0,03	0,06
1000	0,05	0,04	0,04	0,08	0,03	0,03	0,02	0,06	0,02	0,04
2000	0,07	0,07	0,04	0,08	0,05	0,07	0,04	0,1	0,05	0,07
5000	0,05	0,05	0,09	0,11	0,07	0,12	0,03	0,08	0,02	0,07
Perturbación del modelo latente: chi cuadrado con 1 grado de libertad										
T	W2	LR2	W3	LR3	W4	LR4	W5	LR5	W6	LR6
200	0,83	0,77	0,79	0,89	0,61	0,84	0,24	0,94	0,16	0,9
500	1	1	1	1	1	1	0,94	1	0,78	1
1000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5000	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Perturbación del modelo latente: chi cuadrado con 5 grado de libertad										
T	W2	LR2	W3	LR3	W4	LR4	W5	LR5	W6	LR6
200	0,05	0,05	0,02	0,07	0,02	0,08	0	0,11	0,01	0,11
500	0,11	0,1	0,1	0,13	0,08	0,13	0,05	0,13	0,02	0,12
1000	0,09	0,09	0,1	0,11	0,06	0,07	0,06	0,11	0,04	0,08

<b>2000</b>	0,38	0,37	0,29	0,3	0,29	0,31	0,23	0,22	0,19	0,22
<b>5000</b>	0,7	0,7	0,74	0,74	0,63	0,65	0,6	0,64	0,56	0,58
Perturbación del modelo latente: F (1,1)										
<b>T</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
<b>200</b>	0,95	0,95	0,85	0,99	0,4	0,98	0,16	0,98	0,11	0,95
<b>500</b>	1	1	1	1	1	1	0,95	1	0,7	1
<b>1000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>2000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>5000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Perturbación del modelo latente: F (1,4)										
<b>T</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
<b>200</b>	0,95	0,93	0,79	0,97	0,55	0,95	0,26	0,97	0,17	0,94
<b>500</b>	1	1	1	1	1	1	0,93	1	0,81	1
<b>1000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>2000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>5000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Perturbación del modelo latente: F (2,5)										
<b>T</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
<b>200</b>	0,88	0,87	0,62	0,93	0,38	0,89	0,26	0,88	0,17	0,84
<b>500</b>	1	1	1	1	0,99	1	0,84	1	0,6	1
<b>1000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>2000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>5000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Perturbación del modelo latente: P (1)										
<b>T</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
<b>200</b>	0,25	0,22	0,11	0,36	0,05	0,23	0,07	0,41	0,04	0,33
<b>500</b>	0,66	0,61	0,57	0,87	0,27	0,8	0,12	0,94	0,08	0,87
<b>1000</b>	0,96	0,93	1	1	0,97	1	0,57	1	0,32	1
<b>2000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>5000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Perturbación del modelo latente: P (5)										
<b>T</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
<b>200</b>	0,07	0,19	0,03	0,22	0	0,21	0	0,27	0	0,25
<b>500</b>	0,16	0,26	0,03	0,21	0,02	0,16	0,02	0,22	0,01	0,17
<b>1000</b>	0,39	0,47	0,21	0,37	0,07	0,3	0,08	0,35	0,05	0,31
<b>2000</b>	0,66	0,71	0,42	0,63	0,24	0,57	0,19	0,6	0,12	0,53

<b>5000</b>	0,99	0,99	0,99	1	0,91	0,99	0,81	0,99	0,63	0,99
Perturbación del modelo latente: Gamma (1,1)										
<b>T</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
<b>200</b>	0,67	0,57	0,26	0,71	0,11	0,59	0,06	0,71	0,04	0,58
<b>500</b>	1	1	0,91	1	0,78	1	0,41	1	0,29	1
<b>1000</b>	1	1	1	1	1	1	0,98	1	0,89	1
<b>2000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>5000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Perturbación del modelo latente: Gamma (4,1)										
<b>T</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
<b>200</b>	0,22	0,35	0,06	0,34	0,01	0,28	0	0,34	0	0,27
<b>500</b>	0,42	0,46	0,19	0,49	0,04	0,42	0,08	0,5	0,07	0,36
<b>1000</b>	0,87	0,9	0,65	0,91	0,49	0,85	0,32	0,81	0,18	0,76
<b>2000</b>	0,98	0,98	0,98	1	0,89	1	0,74	0,99	0,67	0,99
<b>5000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Perturbación del modelo latente: Gamma (3,1)										
<b>T</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
<b>200</b>	0,25	0,23	0,1	0,37	0,04	0,26	0,04	0,27	0,01	0,22
<b>500</b>	0,66	0,71	0,34	0,71	0,16	0,67	0,06	0,65	0,03	0,54
<b>1000</b>	0,97	0,98	0,93	1	0,73	0,99	0,44	0,97	0,3	0,97
<b>2000</b>	1	1	1	1	0,99	1	0,92	1	0,83	1
<b>5000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Perturbación del modelo latente: Gamma (1,3)										
<b>T</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
<b>200</b>	0,6	0,61	0,33	0,75	0,15	0,64	0,1	0,66	0,07	0,58
<b>500</b>	0,98	0,98	0,95	1	0,69	1	0,37	1	0,25	0,98
<b>1000</b>	1	1	1	1	1	1	0,94	1	0,8	1
<b>2000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
<b>5000</b>	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Perturbación del modelo latente: Laplace (0,1)										
<b>T</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
<b>200</b>	0,1	0,06	0,1	0,07	0,07	0,05	0,12	0,15	0,06	0,11
<b>500</b>	0,13	0,12	0,2	0,11	0,19	0,1	0,17	0,12	0,13	0,11
<b>1000</b>	0,18	0,18	0,28	0,15	0,25	0,18	0,28	0,22	0,22	0,17
<b>2000</b>	0,26	0,25	0,37	0,26	0,37	0,27	0,36	0,35	0,3	0,28
<b>5000</b>	0,45	0,44	0,73	0,61	0,72	0,69	0,75	0,73	0,77	0,74

Perturbación del modelo latente: Laplace (0,4)										
<b>T</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
<b>200</b>	0,05	0,06	0,02	0,04	0,04	0,06	0,04	0,08	0,03	0,08
<b>500</b>	0,05	0,05	0,05	0,05	0,03	0,03	0,04	0,04	0,02	0,07
<b>1000</b>	0,11	0,11	0,1	0,09	0,11	0,1	0,08	0,07	0,06	0,06
<b>2000</b>	0,06	0,06	0,09	0,09	0,09	0,1	0,07	0,07	0,06	0,07
<b>5000</b>	0,15	0,15	0,24	0,24	0,22	0,19	0,19	0,17	0,17	0,18
Perturbación del modelo latente: Laplace (-2,4)										
<b>T</b>	<b>W2</b>	<b>LR2</b>	<b>W3</b>	<b>LR3</b>	<b>W4</b>	<b>LR4</b>	<b>W5</b>	<b>LR5</b>	<b>W6</b>	<b>LR6</b>
<b>200</b>	0,03	0,03	0,01	0,03	0,04	0,04	0,02	0,05	0,02	0,06
<b>500</b>	0,05	0,04	0,05	0,05	0,03	0,06	0,02	0,07	0,03	0,09
<b>1000</b>	0,11	0,11	0,09	0,08	0,1	0,08	0,07	0,09	0,04	0,04
<b>2000</b>	0,12	0,12	0,12	0,11	0,11	0,11	0,08	0,09	0,07	0,09
<b>5000</b>	0,38	0,37	0,31	0,32	0,25	0,26	0,23	0,22	0,25	0,25

### Anexo III: Tablas resumen

**Tabla 3.1. Tabla de resumen resultados probit**

probit						
Contraste	Valor J	Tamaño muestral	mínimo necesario	Estadístico	que mejor funciona	
$Y_i^* = a_0 + X_{2i} + X_{3i} + X_{4i} + fc_i + u_i$	2 y 3	2000			Indistintamente	
$Y_i^* = a_0 + X_{2i} + X_{3i} + fc_i + fc_i * X_{2i} + u_i$	3	1000			LR	
$Y_i^* = a_0 + X_{2i} + X_{4i} + fc_i + u_i$	2	1000			Indistintamente	
$Y_i^* = a_0 + X_{2i} + X_{3i} + X_{2i}^2 + X_{3i}^2 + u_i$	Todas	200			Indistintamente	
$Y_i^* = a_0 + X_{2i} + X_{3i} + X_{2i}^2 + u_i$	Todas	200			Indistintamente	
$u_i \sim t_1$	mayor de 2	2000			Indistintamente	
$u_i \sim t_{10}$	ninguna	ninguna			ninguno	
$u_i \sim x_1^2$	Todos menos 4	200			LR	
$u_i \sim x_5^2$	ninguna	ninguna			ninguno	
$u_i \sim F_{1,1}$	Todas	200			LR	
$u_i \sim F_{1,4}$	Todas	200			LR	
$u_i \sim F_{2,5}$	3	200			LR	
$u_i \sim Poisson(1)$	5	500			LR	
$u_i \sim Poisson(5)$	ninguna	ninguna			ninguno	
$u_i \sim Gamma(1,1)$	Todas	500			LR	
$u_i \sim Gamma(4,1)$	Cuanto más bajo mejor	5000			LR	
$u_i \sim Gamma(3,1)$	2 y 3	1000			LR	
$u_i \sim Gamma(1,3)$	Todas	500			LR	

$u_i \sim \text{Laplace}(0,1)$	Todas menos 2	5000	Indistintamente
$u_i \sim \text{Laplace}(0,4)$	ninguna	ninguna	ninguno
$u_i \sim \text{Laplace}(-2,4)$	ninguna	ninguna	ninguno

**Tabla 3.2. Tabla de resumen resultados logit**

logit			
Contraste	Valor J	Tamaño muestral necesario	Estadístico que mejor funciona
$Y_i^* = a_0 + X_{2i} + X_{3i} + X_{4i} + f c_i + u_i$	2 y 3	5000	LR
$Y_i^* = a_0 + X_{2i} + X_{3i} + f c_i + f c_i * X_{2i} + u_i$	2,3 y 4	2000	LR
$Y_i^* = a_0 + X_{2i} + X_{4i} + f c_i + u_i$	2,3,4 y 5	5000	Indistintamente
$Y_i^* = a_0 + X_{2i} + X_{3i} + X_{2i}^2 + X_{3i}^2 + u_i$	Todas	200	Indistintamente
$Y_i^* = a_0 + X_{2i} + X_{3i} + X_{2i}^2 + u_i$	Todas	200	Indistintamente
$u_i \sim t_1$	mayor de 2	2000	Indistintamente
$u_i \sim t_{10}$	ninguna	ninguna	ninguno
$u_i \sim x_1^2$	5	200	LR
$u_i \sim x_5^2$	ninguna	ninguna	ninguno
$u_i \sim F_{1,1}$	Todas	200	LR
$u_i \sim F_{1,4}$	Todas	200	LR
$u_i \sim F_{2,5}$	3	200	LR
$u_i \sim \text{Poisson}(1)$	5	500	LR
$u_i \sim \text{Poisson}(5)$	Todas	5000	LR
$u_i \sim \text{Gamma}(1,1)$	Todas	500	LR
$u_i \sim \text{Gamma}(4,1)$	2 y 3	1000	LR

$u_i \sim \text{Gamma}(3,1)$	2 y 3	1000	LR
$u_i \sim \text{Gamma}(1,3)$	Todas	500	LR
$u_i \sim \text{Laplace}(0,1)$	ninguna	ninguna	ninguno
$u_i \sim \text{Laplace}(0,4)$	ninguna	ninguna	ninguno
$u_i \sim \text{Laplace}(-2,4)$	ninguna	ninguna	ninguno

**Tabla 3.3. Resumen Heterocedasticidad probit y logit**

<b>Heterocedasticidad Multiplicativa</b>		
	Probit	Logit
<b>b = 0,5</b>		
Tamaño mínimo necesario	5000	5000
Valor de J recomendado	$J \geq 3$	2
<b>b = 1</b>		
Tamaño mínimo necesario	1000	2000
Valor de J recomendado	$J \geq 3$	Indiferente
<b>b = 4</b>		
Tamaño mínimo necesario	500	500
Valor de J recomendado	$J \geq 3$	Indiferente
<b>Heterocedasticidad Aditiva</b>		
<b>b = 2</b>		
Tamaño mínimo necesario	2000	5000
Valor de J recomendado	$J \geq 3$	Indiferente
<b>b = 4</b>		
Tamaño mínimo necesario	5000	5000
Valor de J recomendado	$J \geq 3$	Indiferente
<b>b = 8</b>		
Tamaño mínimo necesario	Ninguno	Ninguno
Valor de J recomendado	Ninguno	Ninguno

**Tabla 3.4. Comparación entre probit y logit**

Contraste	Modelo en que el contraste Reset funciona mejor	
$Y_i^* = a_0 + X_{2i} + X_{3i} + X_{4i} + f c_i + u_i$	probit	$u_i \sim \text{Gamma}(1,1)$ probit
$Y_i^* = a_0 + X_{2i} + X_{3i} + f c_i + f c_i * X_{2i} + u_i$	probit	$u_i \sim \text{Gamma}(4,1)$ logit
$Y_i^* = a_0 + X_{2i} + X_{4i} + f c_i + u_i$	probit	$u_i \sim \text{Gamma}(3,1)$ logit
$Y_i^* = a_0 + X_{2i} + X_{3i} + X_{2i}^2 + X_{3i}^2 + u_i$	Indistintamente	$u_i \sim \text{Gamma}(1,3)$ Indistintamente
$Y_i^* = a_0 + X_{2i} + X_{3i} + X_{2i}^2 + u_i$	Indistintamente	$u_i \sim \text{Laplace}(0,1)$ probit
$u_i \sim t_1$	probit	$u_i \sim \text{Laplace}(0,4)$ Ninguno
$u_i \sim t_{10}$	Ninguno	$u_i \sim \text{Laplace}(-2,4)$ Ninguno
$u_i \sim x_1^2$	probit	
$u_i \sim x_5^2$	Ninguno	
$u_i \sim F_{1,1}$	Indistintamente	
$u_i \sim F_{1,4}$	Indistintamente	
$u_i \sim F_{2,5}$	Indistintamente	
$u_i \sim \text{Poisson}(1)$	Indistintamente	
$u_i \sim \text{Poisson}(5)$	logit	